Information Fusion for
Distributed Networked Systems

分布式网络化系统信息融合

刘莉 等 编著
Liu Li

清华大学出版社

分布式网络化系统
信息融合

刘　莉　周文举　张小峰　陶　强　编著

清 华 大 学 出 版 社
北　京

内容简介

分布式网络化系统由于受到通信带宽等因素的制约，降低了系统的性能。传统的信息融合方法主要考虑由单一属性传感器感知信息，难以满足被测目标状态精度的实际需要。本书主要内容如下：首先，提出基于活动轮廓模型的多相双曲线图像分割方法，用于提高图像分割的精度；其次，研究具有鲁棒性的数据集分类方法，降低分类过程中参数不确定性的影响；第三，提出加权融合重组新息和误差互协方差实现信息交互，进而提出基于估计的线性时滞补偿策略，重组带有时间戳的测量序列；最后，以仿真结果验证所提方案的有效性，进而提高系统的可靠性和定位精度。

本书可作控制科学与工程及其他相关专业和研究方向的研究生或高年级本科生的参考书使用，也可供最优估计理论及其应用的相关领域的工程人员和科技工作者自学和参考。

图书在版编目(CIP)数据

分布式网络化系统信息融合/刘莉等编著. —北京：清华大学出版社，2018
ISBN 978-7-302-50781-9

Ⅰ. ①分… Ⅱ. ①刘… Ⅲ. ①分布式算法 Ⅳ. ①TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 178639 号

责任编辑：郭 赛
封面设计：何凤霞
责任校对：焦丽丽
责任印制：沈 露

出版发行：清华大学出版社
网 址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com
地 址：北京清华大学学研大厦 A 座 **邮 编**：100084
社 总 机：010-62770175 **邮 购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质量反馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
课件下载：http://www.tup.com.cn，010-62795954
印 装 者：北京鑫海金澳胶印有限公司
经 销：全国新华书店
开 本：185mm×260mm **印 张**：9.75 **字 数**：182 千字
版 次：2018 年 11 月第 1 版 **印 次**：2018 年 11 月第1 次印刷
定 价：39.00 元

产品编号：079733-01

前 言

为了适应不断增长的信息计算和感知需求，网络化系统常采用分布式结构用于提高系统的适应性、效率性和自动化性能，成功地应用在信息物理系统、智能电网、智能交通以及通信网络等重要领域。但是由于受到通信带宽等因素的制约，网络化系统不可避免地存在网络诱导的通信约束现象，这些现象通常会降低系统的性能。因此，研究网络引起的现象对于复杂网络化系统具有重要的意义。本书依据网络化系统中的空间定位与目标跟踪问题，研究分布式结构中信息传输受通信约束的信息融合策略，目的在于提高系统的可靠性和定位精度。主要内容概括如下：

首先，研究由视觉传感器获取的图像信息对其进行精确识别，这是准确定位目标的基础。提出一种基于活动轮廓模型的多相双曲线图像分割方法，该方法采用最大似然估计和期望最大化算法建立 N 个水平集函数，并把灰度图像分割成 2^N 个子区域。在每个目标子区域，该方法主动将双曲线演化函数嵌入水平集方程，因此图像轮廓的演化曲线能够双边扩展。该方法对于抵抗噪声干扰具有鲁棒性，能够提高图像分割的精度。

其次，依据不同功能的传感器测量得到的复杂数据集，提出一种新的具有鲁棒性的数据集分类方法，该方法利用邻居搜索和内核模糊 C-均值进行数据遍历和聚类。一些优化的策略包括邻居搜索、控制聚类形状和自适应距离核函数，分别用于解决聚类数目、分类方法的稳定性和一致性的问题。经过理论分析，提出的方法具有抵抗噪声干扰的鲁棒性能，可以降低数据集分类过程中参数不确定性的影响，进而更好地将测量信息应用于分布式系统的信息融合。

第三，研究了受传输时延和交叉相关噪声影响的不确定网络化系统的状态估计问题。提出一种基于鲁棒卡尔曼滤波的分布式感知和集中式融合方法，该方法能够提高具有扰动的测量的估计精度。为了描述分布式系统

的信息交互,提出一种加权融合重组新息策略,用来降低计算负担并且抑制噪声的干扰。此外,为了获得最优的线性无偏估计,研究的融合估计方法使用加权误差互协方差实现信息交互,该方法是对每个子系统的再次优化,能够获得更精确的估计值。

第四,针对一类离散时间随机不确定系统研究了其建模和滤波问题。由于数据在传输过程中不可避免地受到随机传输延迟、数据包错序以及相关性噪声的影响,为了确定是否保持数据包错序现象,系统模型的建立分别采用了零阶保持器和逻辑零阶保持器两种信号选择方案。基于所建立的系统模型,应用扩展状态空间和最小化误差协方差矩阵方法,提出了鲁棒有限时域卡尔曼型滤波策略。该滤波方法的估计协方差矩阵可以通过其上界约束推导得到。为了提高滤波器的处理效率,提出一种基于估计的线性时滞补偿策略,用于处理传输时滞现象,并应用在带有时间戳的重组测量序列中。此外,为解决测量缺失以及减轻计算负担,采用一种假定的延迟补偿方法,实现一步预测估计。通过对动态跟踪系统的仿真,结果表明该滤波方法能够紧密跟随系统的实际状态。

最后,在上述理论研究并通过仿真结果验证了所提方案有效性的基础上,结合3D光电传感定位系统,分析了基于线性CCD的空间定位方法。针对测量得到的空间目标,对其运动轨迹进行了跟踪与估计,提出了一类离散时间不确定系统的建模与估计方法,考虑了数据在从设备到估计器的传输过程中含有网络诱导的随机时延、丢包以及数据包错序的情况。为了丢弃数据包错序进而提高系统性能,系统模型的建立依据逻辑零阶保持器方案。基于有时间戳的重组测量序列,设计鲁棒有限时域卡尔曼型滤波策略,用于估计误差协方差的约束上界。此外,为了获得最优的线性估计,提出了加权的融合估计方法,用于探测信息协作的误差互协方差矩阵。仿真结果表明所提出的方法能够降低网络通信负担,抑制通信约束对测量信息的影响,进而实现提高空间定位精度的目的,具有良好的应用前景。

编者

2018年10月

目录

第1章 绪论

1.1 研究背景

目前,构建于通信和计算基础上的复杂网络化大规模系统已经成为现代通信技术的核心。由于网络化系统具有扩展性好、灵活性强、维护便利等优点,广泛地应用在信息物理系统(cyber physical systems, CPSs)[1]、通信网络(communication networks)[2-4]、智能电网(smart grids)[5]以及智能交通(intelligent transportation)[6]、环境监测(environmental monitoring)[7]、远程诊断和故障排除(remote diagnostics and troubleshooting)[8]等重要研究领域。为了适应日益增长的信息计算量,并提高信息协作感知的需求,分布式结构策略被用于提高物理器件和计算单元之间的协同关系,增加系统的适应性、融合效率和自动化性能。研究基于复杂大规模系统的分布式信息感知与协同,能够有效地利用包含在多个数据集中的数据进行信息计算与估计。为了增加信息的可靠性,提高估算精度并且降低通信负担,分布式估算策略应用于网络化系统的信息融合。本书基于复杂网络化系统的研究与应用,从以下三个方面进行分析。

(1) 通信制约网络环境下的分布式测量方法。分布式网络化测量采用分布式感知信息技术,将测量信息用于目标定位的策略已在传感器网络[9,10]、雷达[11]、无线通信[12]、探测[13]等领域得到大量研究及广泛应用[14]。以大型机械制造业领域内的测量与定位问题为例,其测量量程为几米到几十米,针对这个范围内的物体可以测量其三维空间坐标、形貌尺寸以及运动轨迹等,测量精度要求较高,并且面临着测量环境复杂、干扰因素众多、被测对象多样、测量效率低等一系列亟待解决的问题[15]。通信网络的引入增加了系统的复杂性,同时由于通信网络受到带宽、容量和服务能力的限制,使得传输的数据不可避免地存在通信时延、网络拥塞、数据丢包、多包传输等问题,从

而导致系统性能的下降甚至不稳定[16]。

(2) 网络化系统的分布式信息融合方法。通信信道参数包括量化、时延、数据丢包、带宽受限、比特率限制等约束,因此对分布式网络化系统的测量不能一味地只注重数据的获取而忽视了数据中所蕴含的信息。由此采用在节点处对其获得的局部数据进行融合和估计的方法以提取有效信息,然后再将融合信息传输给用户的分布式融合策略[17]。网络化系统中的分布式信息融合方法的基本原理是充分利用多个传感器资源测量被测目标,把多个传感器在时间或空间上的冗余或互补信息依据某种准则进行组合,以获得被测对象的一致性描述。由于传感器之间的冗余信息增强了系统的可靠性,因而互补信息扩展了单个传感器的性能[18]。网络化的多传感器融合系统(networked multi-sensor fusion systems, NMFSs)[19,20]极大地增强了系统的可扩展性和可维护性,减少了系统布线,增强了系统的灵活性,并且可以方便地进行信息共享,使得分布式的融合系统结构更易于实现,提高了系统的可靠性和故障容错能力,且基于网络的信息融合系统允许融合中心具有处理远程传感器测量数据的能力。因此,对网络化的分布式信息融合估计已经成为一个重要的发展趋势,其应用范围和作用正在不断地扩大。

(3) 网络化系统分布式测量方法在定位中的应用。近几十年来,为解决高精度测量定位问题,相关的空间大尺寸测量定位系统与测量方法得到了迅速的发展[21,22],同时网络化的大尺寸测量定位系统与测量方法所覆盖的空间范围越来越大,而且覆盖方式越来越灵活。随着网络规模的日益增大,其通信任务日渐复杂,由于每个节点的能量和计算能力十分有限,只有通过所有节点分担信号处理工作量,协作完成信号处理和通信任务,才能使得网络性能不随网络规模的增大而衰减[23]。因此,采用分布式的网络化测量结构,在保证测量精度的前提下,通过将测量节点布置于被测物周围,以其较优的精度性能,以及可扩展性、灵活性、可靠性,乃至支持并行多任务测量、数据冗余测量和融合其他传感设备的潜在能力,达到覆盖任意测量空间的目的,且测量精度原理上没有损失[24]。

然而,分布式网络化系统在通信过程中由于网络的引入使得信息传输模式发生了根本变化,也必然带来通信约束问题,一个典型的网络化多传感器融合系统的结构如图 1-1 所示。当有限的通信网络作为信息传输枢纽时,NMFSs 的重要特点是其用于信息传输的网络带宽是有限的,各节点要通过竞争以获得网络资源,有限的网络带宽使得信息传输出现延迟、丢失等不确定现象。因此,在 NMFSs 中不能通过无限制的信息采集与传输提高融合估计性能,融合中心端必须在通信受限的情况下(如有限的

通信量、信息延迟与丢包）设计融合估计算法。显然，通信受限将不可避免地影响融合估计性能，迫切需要提出适用于通信约束的网络化系统信息融合估计理论与算法。

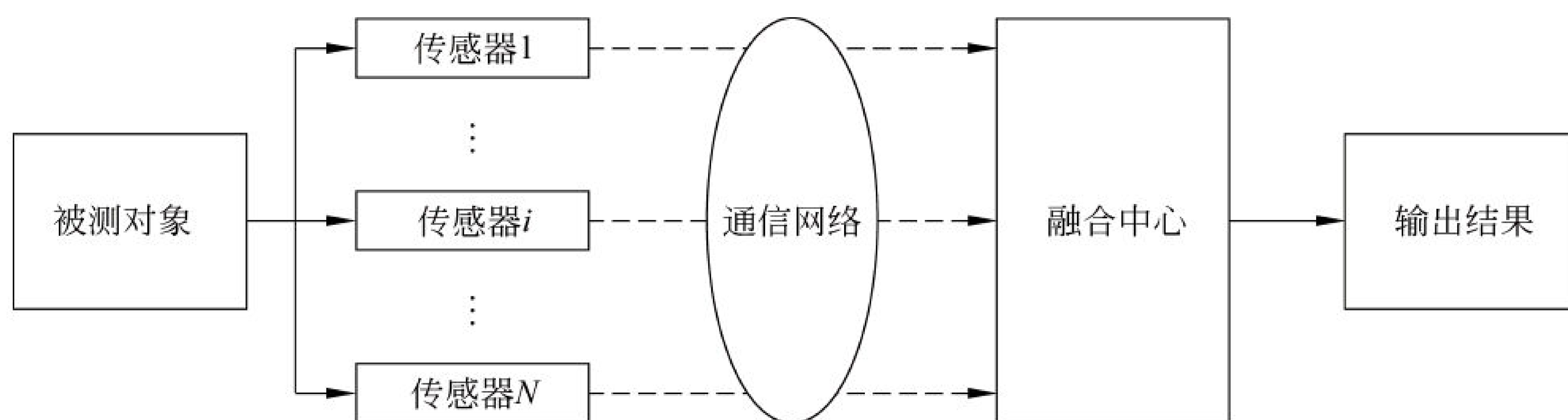


图 1-1　典型的网络化多传感器融合系统

在通信受限的分布式网络化系统中，首先，融合估计往往在受通信约束的不完整信息下进行，如何设计具有不完整信息的融合估计器并建立通信量、时延、丢包特性参数与估计性能之间的关系一直是个研究难点；其次，分布式信息融合估计的关键在于信息融合所处理的多传感器信息具有更复杂的形式，可出现在不同的信息层次上，而且估计方法与融合策略紧密联系，当进一步考虑通信受限条件时，相应的分析和设计显得更加困难；最后，网络化估计问题的研究结果[25,26]大多数都是讨论单个传感器情形下的信号估计问题，因此研究受通信约束的分布式多信息融合方法是富有挑战性的研究课题。

1.2　相关领域的国内外研究进展与现状

目前，围绕网络化系统的分布式信息融合方法及其在空间目标定位中的应用，学术界开展了一系列研究工作，其中部分关键问题研究如下。

1.2.1　分布式系统测量方法

以分布式网络结构为核心的分布式测量定位系统可以具体分成以下形式。

（1）分布式视觉测量系统[27]。依靠相机成像以及相关图像处理技术[28]实现位置测量。周婧等[29]利用移动视觉测量系统解决有遮挡条件下被测点的坐标测量问题，用不同站位测量结果的合理估计求最佳坐标，依据特征向量的稳定理论分配融合权重，将全局归一化的空间坐标进行融合，得到融合估计的最终表达式，给出了最优的估计结果。考虑到摄像机运动产生的多聚焦图像的情况，基于梯度的多尺度加权的多聚焦图像融合方法[30]被提出，该方法应用在多聚焦图像由于对象或摄像机运动而产生

的各向异性模糊问题，更好地解决了多尺度边缘和角落结构的清晰度。白相志等提出基于四叉树分解策略的加权焦点测量方法实现了多聚焦图像的融合[31]，该方法将源图像分解成通过四叉树结构中的最优尺寸的块，使用加权的焦点测量方法识别重组的区域，进而产生一个完全的焦点图像。另外，在一部分应用中，权重的分配是靠专家经验给出的，在实践中也得到了很好的应用效果。

（2）分布式超声测距定位网络[32,33]。依据超声测距原理[34]，并利用多点定位方法实现坐标测量，而对其进行优化分析需要从超声测距的原理和特点出发，以及与多点定位模型结合，寻找合适的处理方法。文献[35]以分析与优化分布式空间测量定位系统 wMPS 的性能为主题，指出分布式空间网络结构是影响系统性能优势的关键因素，从单发射站、网络布局以及加权测量等方面入手，对 wMPS 网络结构性能进行深入分析，并给出相关优化方法。天津大学的吴军博士[34,36]等提出了一种基于构造三维温度场的方法，对超声传播路径上的声速作精确补偿，该方法通过温度传感器探测测量场的边界温度值，采用有限元算法精确拟合测量空间内的温度分布。相对于传统的通过计算温度平均值补偿声速的方法，该方法更适合补偿工业现场中非线性温度分布对声速造成的影响，优化超声收发器节点间的超声传播质量。关于超声定位中超声收发器节点的加权方法，Luca Mastrogiacomo 等在研究定位算法时，引入标准器件（其上任意两点间的距离被认为是准确的），这样就引入了基准，利用最小二乘算法迭代方差，可缓解不同精度测距带来的误差，其效果相当于为超声定位节点引入权重[37]。

综上所述，被测信息经过传感器感知，用于测量的传感器采用分布式的网络结构，每个传感器相当于一个测量节点，用于测量的节点间的关系一般集中在融合算法方面。然而，在目前关于测量方法的研究成果中，多数侧重于融合算法中网络的优化以及加权融合，较少从降低数据的冗余和减少网络传输压力的角度进行研究。因此，需要结合感知节点的分布式结构、有限计算能力等特点，深入研究分布式系统被测信息的感知和传输方法，这也是后续进行信息融合设计的基础。

1.2.2 目标定位方法

当前主流的定位方法有基于测距（range-based）和非测距（range-free）两类。

基于测距的定位算法[38,39]使用绝对值测量技术，由于可以得到准确的数值，例如节点之间的准确距离、邻居节点之间的相对角度值等，所以定位的精确度较高。基于测距的定位常用几何计算方法，包括三边测量定位方法（trilateration）[40,41]、三角测量定位方法（triangulation）[42]、极大似然估计测量定位方法（maximun likelihood

estimation)[43]、双曲线方法[44]以及混合定位方法等[45]。由于上述方法都需要附加额外的昂贵硬件设备，使得基于测距的定位方法在以能量约束、低成本为特色的传感器网络中的应用受到限制。因此基于非测距的定位算法被提出。

基于非测距的定位算法由于没有使用附加的外部设备获得精确的用于节点坐标计算的测量数据，所以这类算法的定位精度相对较低，但是该算法的能量代价小，同时在性能提高方面存在巨大的潜在空间。例如质心(centroid)逼近定位算法[46]，每个未知位置的节点(unknown node)利用能够监听到的锚节点(anchor node)的坐标，计算这些锚节点坐标的中心，获得自己的位置估计。如果锚节点的分布是均匀的，并且未知节点能监听到的锚节点的数量越多，则定位精度就越高。基于节点的连通性和最大速率的定位算法(range-free localization algorithm based on connectivity and maximum velocity of nodes, LACMV)[47]通过把移动节点的连通性以及它们的最大速率信息建立误差函数，并采用迭代求解最小优化参数，旨在跟踪人类行为所表征的轨迹。基于跳数的定位算法 DV-Hop[48]使用了距离向量路由传播数据包，并且每个传感器节点都维护一个跳数计数器，用以记录此节点相对每个可收听到的锚节点的最小跳数。当某个节点接收到一个新的锚节点信息包时，如果其中包含的跳数值小于节点当前保存的相对于该锚节点的最小跳数值，那么这个接收节点就更新自己存储的跳数值，并且把锚节点信息包中的跳数值加1，同时把信息包转发出去。

针对分布式视觉测量系统，其定位方法是采用视觉传感器获取信息，确定位姿参数并建立数学模型。视觉技术指通过视觉传感器获取的先验知识完成分析处理工作，通过选择不同的图像特征，有感知地实现研究对象的选择。为了分析多重表达数据间的典型相关性，YUAN 等提出了一种正规化的多集图像特征提取方法，用于处理多重表达数据的典型相关性、区别性和内部几何结构[49]。由于数据收集阶段的不确定性，考虑所获取的图像信息受到光照不均和背景纹理的影响，导致图像噪声大和识别效率低的问题，文献[50, 51]提出了基于双边梯度演化曲线的多水平集图像分割方法，提升了图像分割速度，提高了图像识别精度。文献[52]针对环境不确定条件下的相机的移动，设计有条件的视觉同时定位与地图创建系统，该系统在预测阶段利用图像数据建立相机状态模型，以提高预测精度和降低计算负担。南京航空航天大学的冯春博士[53]使用单目视觉技术提取图像轮廓，估计目标物的深度，提出了基于单目视觉的航天器间相对位姿参数确定算法，实现位姿参数估计的实时性和高精度。

在具体的实现过程中，由于视觉信息成像存在测量误差、特征提取及匹配误差、量化误差等不可避免的影响，因此针对复杂的环境设计出高性能的定位算法，有必要研

究更加稳定、可靠、实用的相对位姿参数估计算法以提高估计精度。对于定位而言，如果能处理好定位所需要的数据，则能够提高定位的精确度和优化定位算法的性能。

1.2.3 水平集演化方法

为了解决分布式视觉测量系统中图像信息的处理问题，水平集方法用于分割信息轮廓。基于水平集方法的曲线演化模型通常分为两类：参数模型和几何特征模型。参数活动轮廓模型[54,55]由拉格朗日方程显式构成，由于经典的 Snake 模型[54]容易陷入局部极值，并且该模型在初始位置对于拓扑结构的改变比较敏感，因此使用该模型处理复杂图像分割是困难的。几何主动轮廓模型[56-58]由隐式欧拉方程组成，该模型对于处理闭合运动接口的几何与拓扑结构的变化是有效的。LI 等[59]提出了一种基于边的方法，使用局部边缘信息描述对象边界的主动轮廓曲线，该方法在能量函数中引入惩罚项，使曲线在演化过程中能够保持符号距离函数(signed distance function，SDF)的值，但是需要预先设置曲线演化采用扩大或缩小的形式。基于边的图像分割方法对于抵抗噪声的干扰不具有鲁棒性，而且弱边缘容易被泄漏。CHAN 和 Vese[60]利用变分水平集方法提出了 C-V 模型，具有更大的收敛范围，且对初始的设置更加灵活。Vemuri 和 CHEN[61]提出了基于区域的分段平滑(piecewise smooth，PS)模型，用于组合形状的先验信息，以实现图像融合和分割。基于区域的主动轮廓线模型取决于每个分割区域的强度均匀性，然而在真实图像中，由不同方式获取的图像强度是不均匀的，因此基于边界和基于区域的方法对于被覆盖的目标和类似的灰度图所处理图像信息的结果不够理想。为了处理一类灰度不均匀图像，HOU 等[62]介绍了图像预处理的步骤，Michailoich 等[63]提出了一种基于 Bhattacharyya 梯度流的主动轮廓模型，用于区分演化曲线内部和外部之间的强度分布。多相区域分割方法被广泛地应用于处理强度不均匀的图像，如磁共振成像(magnetic resonance image，MRI)、车辆检测、复杂医学图像和药片包装图像等。为了实现多目标的图像分割，Do 等[64]验证了多相水平集分割的框架，LI 等[65]提出了一个加权的 K-均值变分水平集(weighted K-means variational level set，WKVLS)方法，用于在偏置校正场还原真实信号，其中偏置校正模型[66]采用最大似然(maximum-likelihood，ML)和期望最大化(expectation maximization，EM)方法。然而，该方法的初始化变量需要复杂的计算过程。文献[67]研究了 N 个水平集函数分割 N 个区域的方法，该方法依赖于水平集函数的个数，增加了计算复杂度。为了解决这个问题，Mansouri 等[68]提出了著名的多水平集分割模型，即多区域竞争模型。文献[69]提出了变分多相水平集方法，并且其偏置校

正对应于似然函数(likelihood function, LF)求解。此外,WANG 等[70]介绍了一阶变分水平集方法,用于分割多相的脑部核磁共振成像。值得注意的是,引入高斯分布是为了加强局部均值和方差统计。

为了分割另一种强度不均匀的图像,W. J. ZHOU 等[71,72]采用精确的图像捕捉控制,实现了快速瓶盖缺陷检测。H. Y. ZHOU 等[73]利用贝叶斯分析法解决了基于水平集的图像处理问题,进而,文献[74, 75]应用梯度向量流和均值漂移方法对皮肤病变图像进行分割。文献[76]提出了一种新的加权距离函数(weighted distance function, WDF),通过建立统一的张量表达多相水平集函数演化曲线。LI 等[77]研究了区域可扩展拟合(region-scalable fitting, RSF)能量最小化方法,用于分割图像的轮廓。文献[78]提出了一种隐式主动轮廓模型,采用反应-扩散水平集演化(reaction-diffusion level set evolution, R-D LSE)方式重新初始化自由水平集演化曲线。文献[79]中应用多相水平集方法分割强度不均匀的图像(3-Phase LSE)。

1.2.4　数据集分类方法

在网络化系统中,不同功能的传感器测量得到的信息表示不同的物理含义,需要对所获取的数据集进行分类。数据分类方法中,模糊聚类作为无监督的学习方法,通常可以分为硬 C-均值(hard C-means algorithm, HCA)[80]和模糊 C-均值(fuzzy C-means algorithm, FCM)[81]两种。相对于硬 C-均值聚类算法,模糊 C-均值算法对数据表示和聚类效果具有更好的性能。基于此,WU 等[82]提出了一种新的衡量标准,即替代硬 C-均值(alternative hard C-means, AHCM)和替代模糊 C-均值(alternative fuzzy C-means, AFCM)聚类算法。这两种算法修改了距离函数,但是聚类结果仍是模糊的,因为在迭代过程中,其距离函数值小于 1。Ahmed 等[83]提出了一种偏差纠正模糊 C-均值(bias corrected FCM, BCFCM)算法,这种方法引入了一个在空间上的直接邻居项,用于给其直接邻居点贴上标签,其缺点是在迭代中会消耗大量的时间。此外,CHEN 等[84]研究了基于 BCFCM 算法的图像平滑预处理步骤,但它无法控制平滑以及聚类之间的权衡。文献[85]中,Szilagyi 等提出了一种改进的模糊 C-均值聚类(enhanced FCM, EnFCM)算法,使用偏差解决分段均匀的点标记问题。虽然有关分类是有效的,但未能根据标签上的间隔进行分段划分。一个半监督模糊 C-均值聚类(semi-supervised FCM, SS FCM)算法由 LI 等[86]研究,提出了一种新的迭代方法计算有标记样本的隶属度,克服无标记样本的隶属度计算复杂的缺点。值得注意的是,上述 FCM 聚类方法应用了具有非鲁棒性能的欧几里得距离(Euclidean distance),它

不能抵抗噪声的干扰,因此在实际应用中会带来诸多不便。

虽然 FCM 方法已成功地应用于许多领域,但是它无法选择模糊加权指数,且聚类原型的确定依赖先验知识。文献[87]提出了分层多关系聚类算法,解决一对多关系的数据集分类。一种子空间聚类混合模型(subspace clustering mixed model, SCMM)[88]应用在订单生产调度方法中。在此基础上,"内核法"是一种可行的数据集分类的方向[89]。经典的内核模糊 C-均值(kernel fuzzy C-means, KFCM)[90]方法受到自动可变权重系数的影响,在聚类过程中利用自适应的距离设置变量的权重系数。Krinidis 等基于窗口大小信息,提出了一种鲁棒的具有模糊局部信息的 C-均值(fuzzy local information C-means, FLICM)聚类算法[91]。然而,窗口大小信息的引入使噪声对信息的影响被放大。根据 FLICM 算法,GONG 等[92]研究了一种权衡加权模糊因子的自适应控制局部空间关系的聚类方法。为了进一步把 FLICM 算法扩展到更高的维度,Krinidis 等在文献[93]中介绍了一种通用的局部信息模糊 C-均值(Generalization clustering algorithm based on the fuzzy local information C-means, GFLIM)聚类算法,进而将模糊加权 C-均值聚类方法应用到高光谱数据[94]。文献[95]提出了基于区间的多维不确定性数据流(uncertain interval data micro, UIDMicro)聚类算法。为了克服初始位置对分类结果的影响,文献[96]使用基于背景差分法的多通道内核模糊相关图检测运动物体,文献[97, 98]提出了基于主动轮廓模型的模糊聚类方法,并将其应用于医学图像数据集分割。快速空间内核模糊 C-均值(fast spatial kernel fuzzy C-means, FKFCM)方法使用核函数,同时分配更多的权重给相近像素的图像。LU 等[99]研究了一种改进的模糊 C-均值算法,为了提高分类精度,基于相对密度等级,该方法引入了一种新型的密度性距离度量。QIU 等[100]提出了增强的区间 2-类型 C-均值(enhanced interval type-2 fuzzy C-means, EIT2FCM)算法,用于提高初始中心的精确度。李永忠等[101]提出了一种将云模型和半监督聚类相结合的入侵检测算法,应用于网络安全防御体系,强化数据分类。需要指出的是,上述方法的实现需要预先设置聚类数目,且初始聚类中心也不确定。为了克服这些问题,基于多尺度自回归(multiscale auto regressive, MAR)模型与模糊 C-均值(FCM)聚类的图像数据集分割方法被提出[102]。在鲁棒性估计方面,文献[103-106]描述了鲁棒性理论和分析处理过程。然而,这些基于内核函数的 FCM 算法在减少时间消耗和优化数据中心资源方面是比较困难的。

1.2.5 信息融合理论

信息融合的功能可以概括为扩大时空搜索范围,提高目标可探测性,改进探测性

能;提高时间或空间的分辨率,增加目标特征矢量的维数,降低信息的不确定性,改善信息的置信度,增强系统的容错能力和自适应能力,进而降低推理的模糊程度,提高决策能力,从而使整个系统的性能大大提高[107,108]。

信息融合领域使用的主要数学方法有概率论[109,110]、推理网络[111]、模糊理论[112]、神经网络[113,114]、小波法[115,116]、马尔可夫随机场[117,118]等。随着网络技术及传感器技术的快速发展,基于网络的信息融合允许远程监控和诊断故障,使得信息融合有能力从世界上任何地点、任何时间恢复和处理数据。同时,从传感器获取的不确定信息不仅由测量不精确性和噪声造成,而且还与系统应用环境中出现模糊性或不一致所造成的无法辨识真实数据有关[119]。文献[120]分析了数据融合领域的概念体系、益处、方法以及未来的发展方向,提出了数据融合算法需要解决的问题,包括数据缺陷、异常值和虚假数据、冲突数据、数据形态、数据关联、运行时间、数据维数等问题。江南大学的朱培逸博士[121]基于数据融合理论应用于多传感器测量的土壤电导率,由于土壤电导率最大值、标准偏差、测量点的经度、纬度等多重因素,或者外界噪声干扰等造成信息不确定的问题,结合几种常用的单一融合算法以形成新的集成算法,解决对象系统可靠性评估中的不确定信息处理问题,提出一种新的传感器管理的范例,形成一种高水平的决策,进一步提高不确定信息估计的精度。

信息融合理论的研究现状主要从以下四个方面讨论。

(1) 资源受限的网络化系统受到噪声干扰,是由通信设施和传感器节点的地理位置决定的。当系统中存在不确定的参数时,估计性能会退化,为了克服系统对噪声的敏感性,引入了各种噪声序列。文献[122]介绍了一种改进的模糊卡尔曼滤波,该方法采用了依赖系统状态的有限步自相关过程噪声。对具有随机不确定性的线性离散时变系统,一个实际的数学模型即不确定的状态依赖噪声(也称为乘性噪声)[123-126]被广泛地应用于一系列科学及工业领域。信息融合稳态卡尔曼滤波方法[127]涉及不同局部的动态模型和相关噪声。SONG 等提出了包含反馈和交叉相关传感器噪声的卡尔曼滤波融合[128]方法,用于分布式递推的状态估计。文献[129-132]处理不确定系统由于存在噪声的自相关和交叉相关性,以及在通信过程中的异常值和虚假数据。对于具有不确定性方差的噪声序列,真实滤波误差方差[133-135]通过所有可允许的不确定性的最小上界获得。然而,以上文献的研究结果对多步互相关噪声的产生机理分析不够清楚。

(2) 用于目标定位与跟踪的网络化信息融合方法多数采用卡尔曼滤波、可扩展卡尔曼滤波以及粒子滤波等。针对具有不确定噪声干扰的时变系统,文献[133,135]提

出了融合多传感器数据的鲁棒性加权卡尔曼滤波方法。针对经测量得到的含有不完全信息的数据，文献[136]提出了具有反馈的动态系统的分布式卡尔曼滤波融合方法，处理含有奇异值的滤波误差协方差矩阵，实现带有数据缺陷的多传感器数据的融合。滤波问题在信号处理和通信[137]等研究领域发挥了重要的作用。基于事件的 $H\infty$ 滤波方法[3,138,139]对出现在系统模型本身和外部输入信号的不确定性不敏感；鲁棒滤波[126,140]主要针对不确定系统；有限时域滤波[141-143]用于获得稳态误差协方差的上边界。考虑到不稳定性通常源于传感器误差的闭环系统，卡尔曼-布西/龙伯格(Kalman-Bucy/Luenberger)估计方法[144]被用于构建有界的状态估计。YAN 等[145]提出了面向无线传感网络的状态估计和数据融合方法，从不同的采样间隔、估计和传输速率方面进行了研究。文献[146]基于协方差交叉、加权协方差和类似卡尔曼的粒子滤波器方法设计了信息矩阵滤波器。考虑网络化系统的参数不确定性，文献[147]针对离散时间的马尔可夫跳跃线性系统设计了独立模式的 $H\infty$ 滤波器。由于估计状态的实际误差协方差小于其上界，因此有限时域滤波器在网络化系统中具有更好的滤波过程瞬态性能。

(3) 分布式网络化系统现已广泛应用在战场监视(battlefield surveillance)、目标跟踪和定位(target tracking and localization)、环境监测(environment monitoring)和故障诊断(fault diagnosis)等一系列领域[136,148,149]。分布式估计策略是实现协作和信息融合的一种手段，增加了信息的可靠性，提高了估计精度，并且减轻了通信负担。为了探究有效的估计方法，研究基于滤波的各种分布式的融合估计方法取得了大量成果，如分布式 $H\infty$ 滤波[3,138,150]，分布式粒子滤波[151]、分布式卡尔曼滤波[130,136,148,152]等。张文安等[153]考虑随机传输时延和丢包现象，研究了基于随机模型的分布式融合估算法，描述测量数据缺失现象，并应用均方误差方法分析分布式卡尔曼滤波方法的性能。对于大规模系统的状态估计，文献[148, 154]提出了传感器网络的分布式卡尔曼滤波融合方法，分析了误差估计过程的收敛性。JIANG 等总结了一些卡尔曼滤波的方法[155]，讨论了它们在一个统一框架中是相互等价的情形。Carli 等[156]提出了一种两阶段估计方法，即类卡尔曼的非通信测量更新和一致矩阵的估计融合方法，该方法通过优化稳态预测(或估计)误差设计估计器。网络化分布式平均一致性[157]方法被提出，通过线性迭代实现快速收敛。DUAN 等在文献[158]中研究无损线性变换的分布式融合估计，以解决测量噪声存在奇异值情况下的协方差矩阵问题。

(4) 由于网络通信受到带宽有限的通信能力的制约，在数据传输期间不可避免地存在网络诱导的时滞问题，即通过估计器收到的数据可能是异步的，因此，对系统的状

态估计和滤波以减少时间延迟的负面影响的研究日益受到关注。例如，增广状态方法[159-161]应用偏微分方程(partial differential equation，PDE)和边界条件方程，并利用多项式(polynomial approach)的方法[162,163]解决了包含多重时滞的系统。为了降低通信负担，测量值重组采用测量转换方法[135,164-166]应用重组的测量序列，使时滞系统转换为对应的等效无时滞的形式。其次，为了描述随机时延和数据包丢失(即丢包)现象，系统的描述转化成为伯努利(Bernoulli)分布的随机变量[161,167-169]以建立线性估计器，同时对系统的估计通过增广状态的策略实现。文献[170]研究了一种有界范数线性时变的不确定系统，传感器信息在传输过程中受到延时和丢包的影响，并通过伯努利随机分布序列建立系统模型，设计了一种有时间戳和无时间戳的有限阶段两级卡尔曼滤波器，这种鲁棒性的卡尔曼滤波器通过估计误差协方差上界的最小值得到，能够减小数据冗余，并降低计算负担。然而，上述文献仅限于用状态增广的方法处理传输时延以及丢包，这在含有交叉相关噪声和时延的分布式网络化系统中加重了估计器的处理负担。

更进一步的，针对维持或丢弃数据包错序问题，有两种典型的信号选择方案，即零阶保持器(zero-order-holder，ZOH)和逻辑零阶保持器(logic zero-order-holder，logic ZOH)。ZOH 的作用是能够接收最近到达的数据包，直到下一个到达数据包被接收才更新[171,172]；另外，在 ZOH 中引入一个判断是否为错序数据包的函数，该函数只接收带有时间戳的在时间上是最新的数据包，即逻辑 ZOH 方案[3,173-176]。文献[177]中，针对不同的马尔可夫(Markovian)模型，采用逻辑 ZOH 设计 $H\infty$ 滤波器。由于逻辑 ZOH 能够选择最新的数据包数据，因此该方案可以积极地丢弃错序的数据包。信号选择方案广泛应用于网络化控制系统的事件触发机制。然而，分析和设计基于混合信号选择方案的有限时域滤波器是更加复杂的研究。

上述文献仅限于设计一种受相关噪声、多步随机延迟或丢包等现象约束的滤波器，而且滤波结果主要集中在系统含有一步或两步传输延迟的现象。此外，针对带有传输延迟和相关噪声，同时结合范数有界不确定性的滤波问题，难以保证获取合适的估计误差协方差的上限。目前，对一般的线性定常随机系统的融合估计已有初步结果，但对一些特殊的系统，比如奇异系统、时滞系统、丢包系统、参数不确定系统、受附加约束的系统等，融合估计的研究还不成熟，相关结果较少，使得网络化信息融合面临着新的问题和挑战。

1.3 主要工作和特色

目前,在面向网络化系统的分布式信息融合方法及其在目标定位中的应用方面,学术界开展了一系列研究工作,本书针对其中部分关键问题的研究如下。

1.3.1 研究内容

(1) 研究多个灰度区域的图像分割方法,提出了一种新的基于主动轮廓模型的多相双曲线演化(multiphase double curve, MDC)水平集方法。该方法采用高斯混合模型(Gaussian mixture model, GMM)提高图像分割过程中抵抗噪声的鲁棒性。针对多相图像,应用最大似然估计和期望最大化算法更新整个图像域。多相水平集方法引入 N 个水平集函数分割 2^N个子区域,并利用双曲线演化进行双边扩展,因此在水平集演化过程中,计算时间和迭代次数显著降低。基于图像轮廓的信息识别方法是将运动目标或序列目标准确地识别并提取出来,是准确分析和定位目标的基础。

(2) 借助邻居搜索和内核模糊 C-均值理论,提出一种新型的具有鲁棒性能的数据集分类方法(neighbor searching and kernel fuzzy C-means, NSKFCM)。利用邻居搜索方法对相异度矩阵规范化数据集进行遍历,且聚类的数目可以通过控制聚类形状参数确定。为了进一步保证分类方法的稳定性和一致性,NSKFCM 采用最大峰值法初始化隶属度矩阵和聚类原型。提出自适应距离核函数以获取变量的权重,并分析目标函数的收敛性。实验部分采用的数据集从微电子机械系统(micro electro mechanical systems, MEMS)的加速度传感器中获取,以及实现带有复杂数据信息的图像分割,以验证方法能够减少参数不确定性对复杂数据集的影响。该方法适用于处理传感器接收到的不同信息的分类,增加数据的有效性,提高数据处理的效率,进而更好地将测量的信息应用于分布式系统信息融合。

(3) 分布式融合方法处理信息的方式是各传感器首先利用自身的测量信息得到局部的状态估计,通过处理器完成各局部信息间的信息交互并实现信息的协同,然后再将局部估计传输到融合中心;融合中心利用各局部估计及局部估计间的相关信息得到融合估计值。该方式只要求将局部估计结果传送到融合中心,因此系统通信负担小;同时,由于局部具有处理能力,因而融合中心存储负担和计算负担较小,并且系统生存能力强,也便于故障诊断和纠错。

由于网络传输的引入,通信受限将不可避免地影响融合估计性能,因此提出适用

于通信约束的网络化系统信息融合估计理论，即如图 1-2 所示的分布式融合结构。

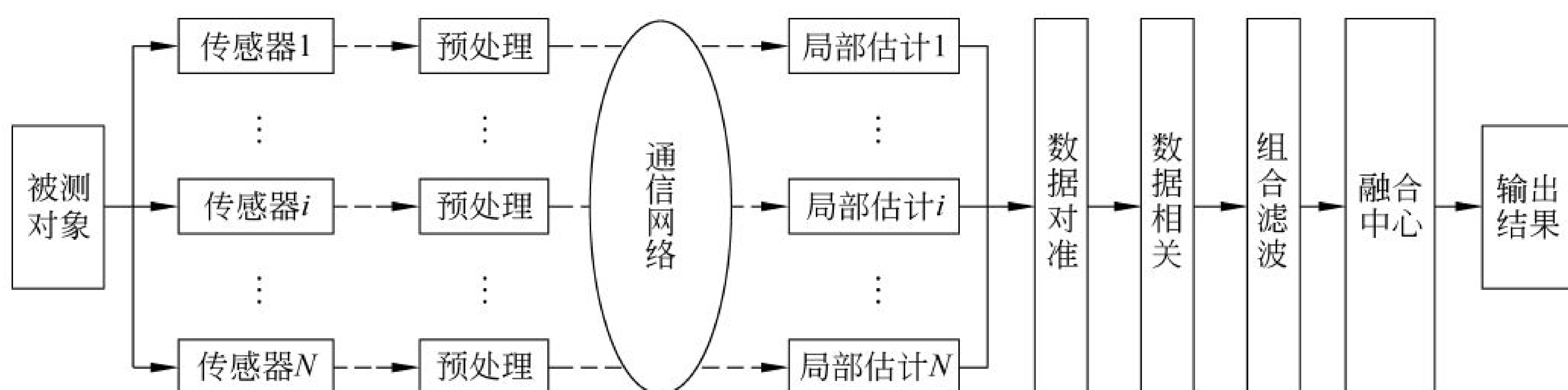


图 1-2　分布式融合结构

信息融合方法考虑在含有通信延时和噪声互相关性的传感器网络中，采用两层融合的方法：第一层用于融合网络传输中的噪声互相关性对真实数据的影响；第二层用于融合局部信息，采用加权的局部信息融合方法，得到比局部信息估计精度更高的估计信息。分布式信息融合方法在含有随机延时、数据丢包、测量值缺失、数据包错序等情况下的传感网络中，采用传感器随机传输某一种属性的信息测量值用于状态估计，同时应用一种重组测量序列的信息融合方法实现状态的最优估计，降低网络通信负担，减少传感器的能量消耗，进而能够更好地实现空间目标的定位功能。

（4）基于对上述信息处理方法和信息融合方法的研究，利用分布式网络化系统通过视觉传感器测量得到的信息，根据空间定位的原理，获取的图像信息通过信息处理方法可以有效地识别被定位目标，将这些信息通过传感器网络进行远程传输，并通过融合策略，应用从传感器获取的不完整信息中估计更精确的信息。根据网络传输过程中的不确定因素，以及空间目标的几何变换，建立状态方程和输出方程模型，进而依据空间定位原理，应用所提出的分布式信息融合方法，确定其位置信息，进一步验证其方法的有效性和可行性。

1.3.2　本书特色

本书研究受通信约束的网络化系统分布式信息融合方法，主要有以下特色。

（1）当前基于图像的信息识别方法的研究已经有许多，将识别信息应用于分布式网络的系统建模的研究甚少。基于图像轮廓的信息识别方法依据图像信息的性质设计演化曲线，采用最小化能量泛函的方法，设计一种基于轮廓的自适应的图像信息识别方法，以提取有效信息。能够将运动目标或序列目标准确地识别并提取出来，是准确分析和定位目标的基础。

（2）将图像信息采用鲁棒的、自适应的数据分类方法，设计一种不需要判断聚类

数目的无监督的数据分类方法，降低参数不确定性对数据分类的影响，应用提出的数据分类方法，提取多种属性（如区域面积、形状、分布位置、距离和纹理等图像结构）的信息，为进一步的数据分析与融合打好基础。

（3）目前国内外的分布式信息融合方法大多考虑奇异系统、时滞系统、丢包系统、参数不确定系统、受附加约束的系统中的某种情况，而综合考虑受通信约束的信息融合方法较为少见。本书从减轻通信负担的角度研究基于视觉信息建立的系统状态模型，考虑在含有通信延时和噪声互相关性的传感器网络中，采用两层信息融合的方法，得到比局部信息精度更高的估计信息。分布式信息融合方法在含有随机延时、丢包、数据包错序等情况下的传感网络中，采用重组测量序列和自适应加权估计误差协方差的信息融合方法实现状态的最优估计，结合图像处理、信息融合和滤波理论方法，为探索视觉信息感知模式下的分布式网络化信息融合系统的分析与设计提供一类新方法。

（4）考虑网络诱导的随机传输延迟，以及数据丢包和错序现象，通过时序图分析能够接收有效的数据包。随机不确定性系统模型的建立采用了 ZOH 和逻辑 ZOH 方案，用于比较是否能够处理含有错序现象的滤波与估计问题。基于有限时域滤波理论，带有延迟的估计通过重组带有时间戳的测量序列转化为等效的无延迟的估计方法，采用信号选择机制提高带有传输延迟和错序数据包的估计性能。研究的加权融合准则用于再次优化每个子系统，因此分布式融合估计能够获得更精确的估计值。

（5）目前国际上主要考虑非视觉感知信息进行网络化系统建模，本书考虑通过视觉传感器获取的图像信息，经过图像处理器识别其要定位的目标，该目标需要再次转换为状态信息和测量信息，在各子系统间实现信息交互与协同，通过网络传输，研究网络通信约束更加复杂的共性问题。首先分析由视觉传感器捕获的信息的特性和整体环境信息，设计图像信息识别方法，然后依据识别的有效信息及其位置和姿态信息建立系统状态模型，进而考虑网络传输机制并建立网络性能参量和网络基本参量的关系模型，通过分布式信息融合的相关方法，解决仅考虑非视觉感知信息进行网络化信息融合系统分析和设计带来的局限性问题，提供一种基于视觉感知信息实现空间目标定位的系统实现方法。

1.4 章节安排

全书共分为 7 章和 3 个附录，主体结构如图 1-3 所示。除本章以外，其他章的具体安排如下。



[illegible]本结构框架和各章关系

第 2 章提出基于多相双曲线水平集演化的图像分割方法，介绍水平集方法的原理以及多相水平集理论，研究多相双曲线方法的区域控制能量项、能量拟合函数和水平集演化曲线。以含有灰度不均匀以及噪声和强度不均匀的图像为验证对象，用于将图像分割成多个灰度区域，该方法具有降低噪声干扰的鲁棒性和提高信息识别计算的效率。

第 3 章提出一种无监督的鲁棒性数据集分类方法，阐述聚类分析和内核模糊 C-均值算法理论，采用邻居搜索方法和控制聚类形状参数，遍历数据集并确定聚类数目，进一步引入最大峰值法初始化隶属度矩阵和聚类原型，使聚类结果具有唯一性。同时，带有内核函数的自适应距离能够解决分类方法的稳定性和一致性问题，通过理论分析，该方法对于抵抗噪声干扰的鲁棒性能，以及其在 MEMS 中加速度计获取的动态行为，在含有复杂纹理的图像信息中得到验证，数据分类结果表明了该方法的鲁棒性与可行性。

第 4 章面向不确定网络化系统提出一种带有传输时延和交叉相关噪声的分布式加权融合估计方法，基于卡尔曼滤波理论分析了分布式网络化系统融合架构，以及传输时延和交叉相关噪声的产生机理，采用重组测量序列的方法减轻传输时延带来的繁重的计算负担，应用加权融合重组的新息序列降低噪声对估计结果的影响。进而，为实现各子系统间的信息交互，在融合中心采用加权融合准则对估计误差协方差再次优化，得到更精确的状态估计结果。将所提出的方法在带有传输时延、随机不确定性以及交叉相关噪声的分布式网络化系统中建模，并在包含 4 个传感器的目标跟踪系统中进行数值验证，证明该方法的有效性和鲁棒性。

第 5 章设计鲁棒有限时域滤波器，在随机不确定网络化系统中，针对网络诱导的传输时延、数据包错序以及相关噪声现象，分析数据在从装置到滤波器的传输过程中，由于时延产生的数据包错序现象，采用两种信号选择方案 ZOH 和逻辑 ZOH 对带有时间戳的数据包在接收端进行序列重排，并建立系统模型。研究基于估计的线性时延补偿策略处理传输时延现象，并应用在带有时间戳的重组测量序列中，以提高系统的滤波性能。通过对动态跟踪系统的仿真，结果表明所提出方法的有效性。

第 6 章面向 3D 光电传感定位系统，介绍基于线性 CCD 的空间定位原理，展示定位系统的工作流程，并对系统的空间定位效果进行仿真验证，继而对测量结果采用基

于鲁棒有限时域卡尔曼滤波方法的分布式融合估计策略。面向受通信约束的不确定网络化系统,包括传输时延、丢包以及错序等现象,采用逻辑 ZOH 信号选择方案进行时序分析、系统建模以及估计器设计。进一步将方法拓展到参数不确定的目标跟踪系统中,建立系统模型并分析系统的跟踪效果,进而提高系统的测量精度。

第 7 章对全书进行总结并指出下一步的研究方向。

第 2 章

基于多相双曲线水平集演化的图像分割方法

2.1 引言

在网络化系统中，由传感器端接收的信息不可避免地受到外部环境及自身条件的影响。以视觉传感器测量得到的视觉信息为例，由于受到光照不均、噪声、自身背景等因素的干扰，传感器捕获的被测信息具有噪声大、灰度不均等特点。

本章首先介绍水平集方法的原理以及多相水平集理论，分析多相水平集方法的能量函数，在此基础上提出一种基于活动轮廓模型的多相双曲线（MDC）图像分割方法。该方法采用最大似然（ML）估计和期望最大化（EM）算法建立 N 个水平集函数，并把灰度图像分割成 2^N 个子区域。在每个目标子区域，多相双曲线方法将主动双曲线演化函数嵌入水平集方程，因此图像轮廓的演化曲线能够双边扩展，提高计算效率。在实验部分，针对灰度、噪声和强度不均匀的图像，多相双曲线方法用于分割多个灰度区域。该方法能够精确分割视觉传感器获取的图像边缘信息，实现有效信息的识别与提取。基于图像轮廓的信息识别方法的目标是将运动目标或序列目标准确地识别并提取出来，是准确分析和定位目标的基础。

2.2 水平集方法预备知识

为了解决图像分割问题，水平集方法由 Osher 和 Sethian[178] 首次提出，采用隐式平面和偏微分方程（PDE）表达封闭的曲线演化过程。在曲线演化过程中，利用零水平集函数（level set function，LSF）产生一个更高维的函数，从而避免曲线参数化带来的

问题，具有灵活处理拓扑结构改变的优势[179]。水平集方法已经成功地应用于图像处理、流体动力学、材料学等领域。

本节主要介绍水平集方法的原理、多相水平集方法的理论以及常见的水平集方法，包括 C-V 水平集方法[60]、可扩展区域拟合能量(RSF)方法[77]、距离正规化水平集演化(distance regularized level set evolution，DRLSE)方法[180]、反应-扩展水平集演化方法(R-D LSE)[78]和三相多水平集(3-Phase LSE)方法[79]。

2.2.1 水平集方法原理

水平集就是水平切面上的集合，通过利用更高一维，即 $n+1$ 维的函数的水平集表达一个 n 维的函数[181]。零水平集[182]是一个三维连续函数所表达的曲面 $\phi(x,y)$ 上具有相同值的函数的集合所构成的曲线，即 $\phi(x,y)=0$ 的零水平集集合。

1. 曲线演化

曲线几何演化运用哈密尔顿-雅可比(Hamilton-Jacobi，H-J)方程求解一个随时间变化的数值解。假定一个平面上的封闭曲线 $C(p,t)$，$t\geqslant 0$，则利用 PDE 演化方法[183]得到

$$\frac{\partial C(p,t)}{\partial t}=V=\alpha(p,t)T+\beta(p,t)N,\quad C(p,0)=C_0(p) \tag{2-1}$$

式中，α、β 分别表示切向速率和法向速率。切向速率仅改变曲线的参数化表示。曲线几何形状的变化仅仅依赖于法线方向分量 β，与运动速度切线方向分量 α 无关。因此，式(2-1)可以简化为 $\frac{\partial C}{\partial}=\beta N$。

2. 水平集分割

水平集方法源于 Sethian 提出的曲面运动方法，混合了隐含的运动曲面表示和数值双曲型守恒定律，其核心是将边界曲线 C 嵌入高维函数 $\phi(x,y)$，隐含地表示为高维水平集函数的零水平集 $C=\{\phi(x,y)=m\}$ [184]，C 的表示与 m 值无关，通常简化为 $m=0$。水平集函数常用 ϕ 表示图像上像素点到曲线 C 的带符号欧几里得距离。因此，水平集函数 ϕ 由符号距离函数(SDF)定义为

$$\phi(x)=\begin{cases}\phi<m, & \mathrm{dist}(x,C) & \text{if } x \text{ is outside } C\\ \phi=m, & 0 & x\in\Gamma\\ \phi>m, & -\mathrm{dist}(x,C) & \text{if } x \text{ is inside } C\end{cases} \tag{2-2}$$

式中，$\mathrm{dist}(x,C)$ 表示由像素点 x 到演化曲线 C 的距离。符号由像素点位于曲线的哪

一侧决定：当 x 在闭曲线内部时，SDF 值为负；当 x 在曲线的外部时，SDF 值为正。图 2-1 展示了一条封闭曲线 C 对应的高维符号距离函数 $\phi(x)$。这种选择方法的优点是 SDF 具有 $|\nabla\phi|=1$ 的基本属性，即 ϕ 的变化率是处处均匀的，有利于稳定的数值计算。

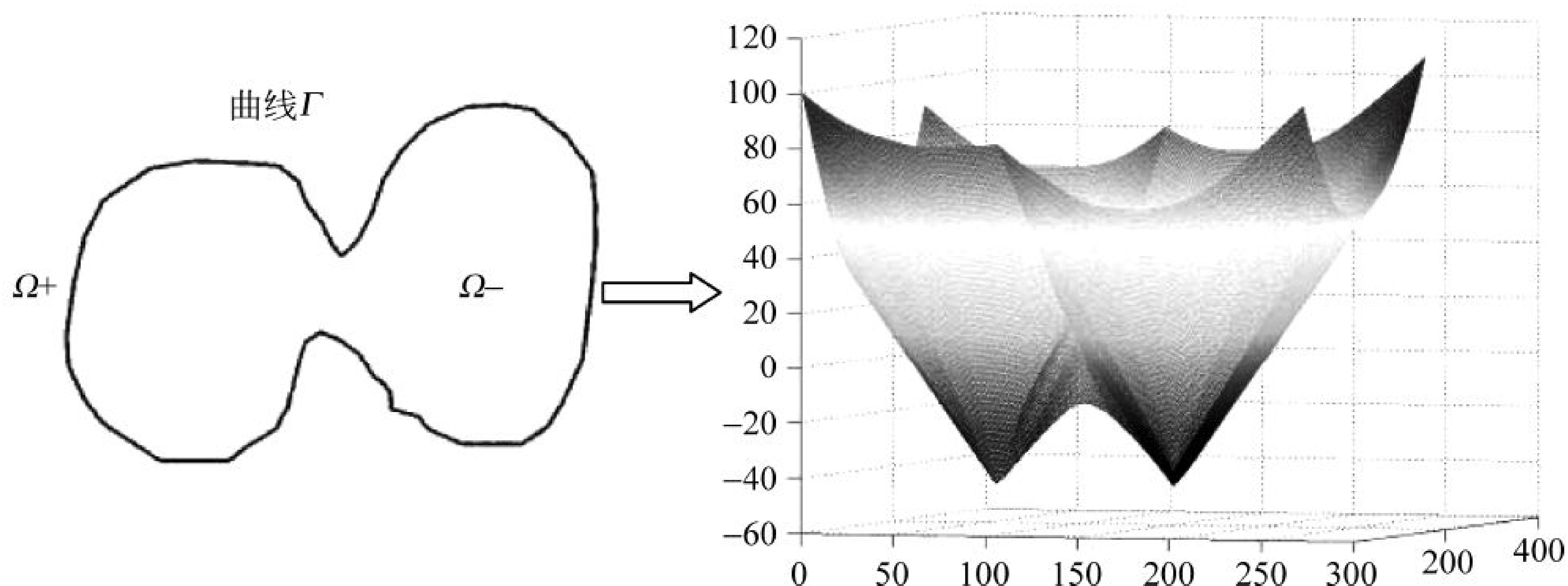


图 2-1　符号距离函数

用高维水平集函数表示曲线演化，首先假定一条表示隐式平面的封闭曲线，定义其为随时间变化的高维水平集函数 $\phi(x,y,t)$ 的零水平集 $C(t)=\{(x,y),\phi(x,y,t)=c\}$。若 ϕ 具有正则性，则 $\nabla\phi\neq 0$。对上式中的水平集函数求全导数，由复合函数求导链式法则得到

$$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial\phi}{\partial t}+\nabla\phi\cdot\frac{\partial(x,y)}{\partial t}=0 \tag{2-3}$$

由(2-1)中的 $\frac{\partial(x,y)}{\partial t}=\frac{\partial C}{\partial t}=V$，且 $\frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|}=N$，得到

$$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}=-\nabla\phi\cdot V=-|\nabla\phi|\frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|}\cdot V=|\nabla\phi|N\cdot V \tag{2-4}$$

由于 $\beta=V\cdot N$ 是运动速度方向的分量，依据式(2-4)得到曲线演化的水平集基本方程为

$$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}=\beta|\nabla\phi| \tag{2-5}$$

至此，演化曲线的运动方式由式(2-5)给出，其对应于嵌入高维隐含表示的水平集函数演化方式。在给定初始条件 C_0 时，封闭曲线 C 按照式(2-5)演化，等价于水平集函数在给定初始条件 ϕ_0 的情况下，在任意时刻 t 满足 $\phi(x,y,t)=0$ 的零水平集曲线。式(2-5)是一个 H-J 方程。

相比传统的图像分割方法，水平集方法具有以下特点[185]。

(1) 由于用隐式方式表达平面闭合曲线,并通过求解偏微分方程分析曲线演化过程,因此图像轮廓可以达到亚像素的精度,从而得到比较清晰的复杂形状目标边界。

(2) 通过对目标轮廓施加一定的约束信息使其能够解决一些复杂图像的分割问题,同时可以解决高维的图像分割问题。

(3) 由于采用闭合曲线的形式表达目标边界,因此可以通过计算水平集函数分析演化曲线的特征,避免传统图像分割方法的预处理过程,同时对于提取非闭合轮廓也具有很好的应用效果。

2.2.2 多相水平集理论

一般情况下,使用水平集函数 ϕ 进行图像分割,一张图像可以分成两个子区域,即 $H(\phi)=1$ 和 $H(\phi)=0$。而对于多相水平集函数,图像被分割为多个区域,情况比较复杂,当水平集函数出现冗余时,需要增加相应的限制条件以阻止点的重复和泄漏。图 2-2 展示了 3 个水平集函数分割成 4 个子区域的效果。

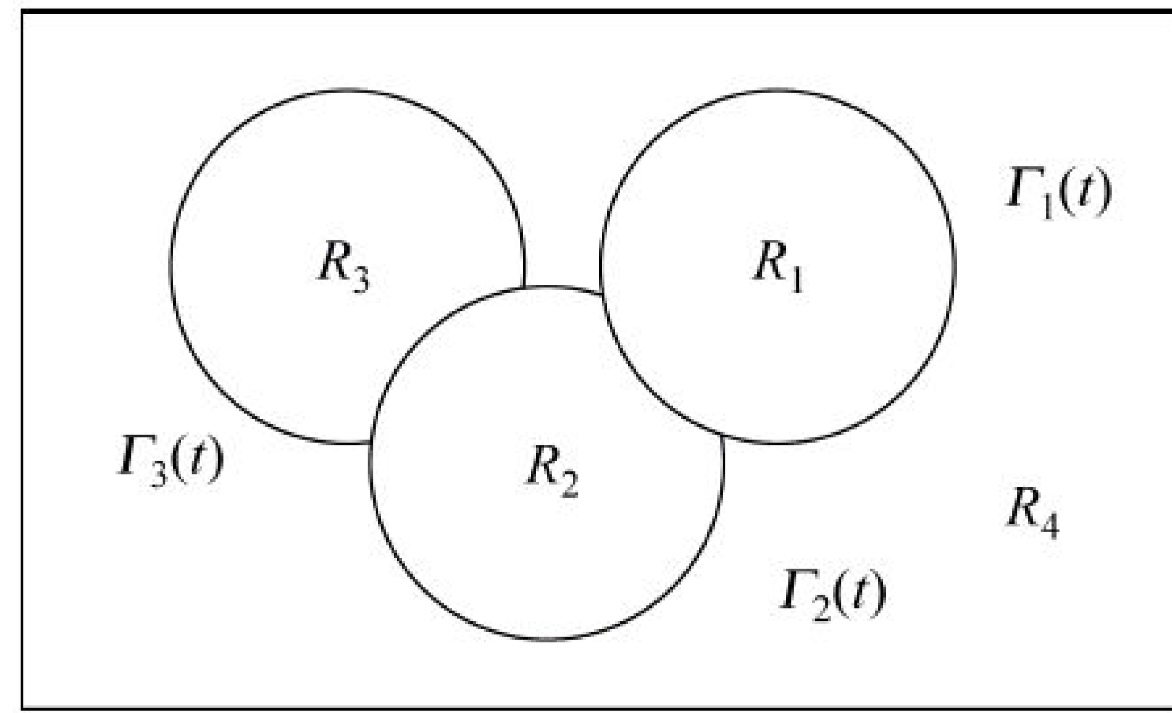


图 2-2 3 个水平集函数表示 4 个子区域

其中每个子区域 R_i 的定义如下:

$$\begin{cases} R_1: H_1=(1-H(\phi_0))H(\phi_1),\ H(\phi_0)\equiv 0 \\ R_2: H_2=(1-H(\phi_0))(1-H(\phi_1))H(\phi_2) \\ R_3: H_3=(1-H(\phi_0))(1-H(\phi_1))(1-H(\phi_2))H(\phi_3) \\ R_4: H_4=(1-H(\phi_0))(1-H(\phi_1))(1-H(\phi_2))(1-H(\phi_3))H(\phi_4), H(\phi_4)\equiv 1 \\ R_i: H_i=\prod_{j=0}^{i-1}[1-H(\phi_j)]H(\phi_i), H_i=\begin{cases} 1,\ (x,y)\in R_i \\ 0,\ (x,y)\notin R_i \end{cases} \end{cases} \tag{2-6}$$

为了保证每一个像素都隶属于某一个区域,特征函数需满足 $\sum_{i=1}^{n} H_i=1$。因此,水平集函数可以表示为

$$\frac{\partial H_i}{\partial \phi_k}=\begin{cases}\prod_{j=0}^{i-1}[1-H(\phi_j)]\delta(\phi_k),\ k=i\\ -\prod_{j=0}^{i-1}[1-H(\phi_j)]H(\phi_i)\delta(\phi_k),\ k\neq i\end{cases} \tag{2-7}$$

式中，$\delta(\phi)$ 表示狄拉克函数(Dirac function)[60,186]。对于自变量为一维的狄拉克函数 $\delta(x)$ 来说，满足下列条件

$$\begin{cases}\delta(x)=\begin{cases}0, & x\neq 0\\ \infty, & x=0\end{cases}\\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(x)\mathrm{d}x=1\end{cases} \tag{2-8}$$

表明 $\delta(x)$ 函数在 $x\neq 0$ 的点处处为零，在 $x=0$ 的点出现无穷大极值，因此，$x=0$ 点又称为奇异点。尽管 $\delta(0)$ 趋近于无穷大，对它的积分却等于 1，即对应着 δ 函数的“面积”或“强度”等于 1，所以 $\delta(x)$ 又称为单位脉冲函数。

2.2.3　基于区域的水平集方法

1. 经典的 C-V 方法

基于简化的 Mumford-Shah 模型[187]和变分方法，CHAN 和 Vese[60]建立了变分水平集方法，该方法采用了两段分段常数的图像分割。设 $\Omega\subset\boldsymbol{R}^2$，其中 $\partial\Omega$ 表示图像边界，图像 $I(x,y)$ 满足 $I(x,y):\Omega\rightarrow\boldsymbol{R}$ 是一个给定的灰度图像，且 (x,y) 表示任意的一个像素点。C-V 模型最小化的拟合能量函数可以表示为

$$E_{\mathrm{CV}}(C,c_1,c_2)=\lambda_1\int_{\mathrm{Inside}(C)}|I-c_1|^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y+\lambda_2\int_{\mathrm{Outside}(C)}|I-c_2|^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y+\mu|C| \tag{2-9}$$

式中，前两项表示曲线分割的区域内 Inside(C)和区域外 Outside(C)的拟合能量项，最后一项表示正则项，即 Inside(C)和 Outside(C)分别表示轮廓 C 划分的目标区域和背景区域；c_1 和 c_2 分别表示在 Inside(C)和 Outside(C)中的两个接近图像强度的常数；$|C|$ 是轮廓 C 的长度；μ、λ_1 和 λ_2 是正常量，通常设 $\mu=\lambda_1=\lambda_2$。为了解决能量最小化问题，C-V 方法需要解决以下水平集演化公式

$$\frac{\partial\phi}{\partial t}=\delta_\varepsilon(\phi)\left(\mu\mathrm{div}\left(\frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|}\right)-\lambda_1(I-c_1)^2+\lambda_2(I-c_2)^2\right) \tag{2-10}$$

式中，用水平集函数 $\phi(x,y)$ 代替轮廓 C。由于该函数不包括任何局部强度信息，如果在 Inside(C)和 Outside(C)中的强度是非均匀的，则最优化的常数将会远离初始的图

像数据。

由于 C-V 方法对初始轮廓的制约是敏感的,因此不能分割灰度不均匀的图像。基于此,Vese 和 CHAN[188] 提出了一种分段平滑(piecewise smooth, PS)方法,其能量函数是

$$\begin{aligned}E_{PS}(u^+,u^-,\phi)=&\int_\Omega |u^+-I|^2H(\phi)\mathrm{d}x+\int_\Omega |u^--I|^2(1-H(\phi))\mathrm{d}x+\\&\mu\int_\Omega |\nabla u^+|^2H(\phi)\mathrm{d}x+\mu\int_\Omega |\nabla u^-|^2(1-H(\phi))\mathrm{d}x+\\&\nu\int_\Omega |\nabla H(\phi)|\mathrm{d}x\end{aligned} \tag{2-11}$$

式中,u^+ 和 u^- 为定义在轮廓内和轮廓外的两个平滑函数;前两项是数据拟合项,表示 u^+ 和 u^- 近似的子区域;$H(\phi)$为海维阶跃函数(Heaviside function)。参照文献[50, 51, 60, 189]和 $\delta(\phi)$ 函数,$H_\varepsilon(\phi)$ 和 $\delta_\varepsilon(\phi)$ 分别定义为

$$\begin{cases}H_\varepsilon(\phi)=\dfrac{1}{2}\left(1+\dfrac{2}{\pi}\arctan\left(\dfrac{\phi}{\varepsilon}\right)\right)\\\delta_\varepsilon(\phi)=H'_\varepsilon(\phi)=\dfrac{\varepsilon}{\pi}\dfrac{1}{\varepsilon^2+\phi^2}\end{cases} \tag{2-12}$$

式(2-11)采用偏微分方程(PDE) ∂u^+ 和 ∂u^- 迭代求解最小化的水平集能量函数。因此,每次迭代中需要更新 u^+ 和 u^-,其迭代过程从子区域演化到整个图像。迭代方法降低了水平集演化过程,但是改进的 PS 方法增加了计算复杂度,因此限制了其实际应用的地位。

2. 其他水平集方法的能量函数

主要介绍 RSF 方法[77]、DRLSE 方法[180] 以及 R-D LSE 方法[78] 的能量最小化函数以及梯度流公式。

RSF 方法的能量最小化函数通过式(2-13)建立。

$$\begin{aligned}\varepsilon_\varepsilon(\phi,f_1,f_2)=&\sum_{i=1}^{2}\lambda_i\int\left(\int K_\sigma(x-y)|I(y)-f_i(x)|^2M_{\varepsilon,i}(\phi(y))\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x+\\&v\int|\nabla H_\varepsilon(\phi(x))|\mathrm{d}x\end{aligned} \tag{2-13}$$

式中,用 H_ε 代替 H,同时 $M_{\varepsilon,1}=H_\varepsilon(\phi)$ 且 $M_{\varepsilon,2}=1-H_\varepsilon(\phi)$。

RSF 方法的梯度流公式描述如下。

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\phi}{\partial t}=-\delta_\varepsilon(\phi)(\lambda_1e_1-\lambda_2e_2)+v\delta_\varepsilon(\phi)\mathrm{div}\left(\dfrac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|}\right)+\mu\left(\nabla^2\phi-\mathrm{div}\left(\dfrac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|}\right)\right)\\e_i(x)=\displaystyle\int K_\sigma(y-x)|I(x)-f_i(y)|^2\mathrm{d}y\end{cases} \tag{2-14}$$

DRLSE 方法的能量函数相应地表示为

$$\begin{cases}\varepsilon_\varepsilon(\phi,f_1,f_2)=u\int_\Omega p(|\nabla\phi|)\mathrm{d}x+\lambda\int_\Omega g\delta_\varepsilon(\phi)|\nabla\phi|\mathrm{d}x+\alpha\int_\Omega gH_\varepsilon(-\phi)\mathrm{d}x\\ p(|\nabla\phi|)=\frac{1}{2}(|\nabla\phi|-1)^2,\quad g\triangleq\frac{1}{1+|\nabla G_\sigma I|^2}\end{cases}\tag{2-15}$$

与之对应的能量函数可以通过以下梯度流公式实现最小化。

$$\frac{\partial\phi}{\partial t}=\mu\mathrm{div}(d_p|\nabla\phi|\nabla\phi)+\lambda\delta_\varepsilon(\phi)\mathrm{div}\left(g\frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|}\right)+\alpha g\delta_\varepsilon(\phi)\tag{2-16}$$

R-D LSE 函数的能量拟合公式为

$$F(\phi)\triangleq\int_\Omega E(\phi)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\varepsilon\int_\Omega|\nabla\phi|^2\mathrm{d}x+\frac{1}{\varepsilon}\int_\Omega E(\phi)\mathrm{d}x\tag{2-17}$$

2.2.4　多项水平集方法的能量函数

2.2.3 节介绍了经典 C-V 方法的曲线演化公式，包括区域数据项和正则项。假设给定的图像满足 $I:\Omega\subset\boldsymbol{R}^d$，其中 $\Omega\subset\boldsymbol{R}^d$ 表示一个图像区域，d 是图像的维度，$\boldsymbol{x}$ 表示一个依赖于像素点的向量。同时，为了确保曲线演化保持足够平滑，而且曲线尽可能的短，在能量函数中包含了正则项。因此，能量区域补偿模型可以表示为

$$\begin{aligned}&E(\Gamma_i(t),u)\\&=E^D(\Gamma_i(t),u)+E^R(\Gamma_i(t))\\&=\lambda_1\int_{R_1}(I(\boldsymbol{x})-u_{R_1})^2\mathrm{d}\boldsymbol{x}+\lambda_2\int_{R_2}(I(\boldsymbol{x})-u_{R_2})^2\mathrm{d}\boldsymbol{x}+\cdots+\lambda_k\int_{R_k}(I(\boldsymbol{x})-u_{R_k})^2\mathrm{d}\boldsymbol{x}+\cdots+\\&\quad\lambda_{N-1}\int_{R_{N-1}}(I(\boldsymbol{x})-u_{R_{N-1}})^2\mathrm{d}\boldsymbol{x}+\lambda_N\int_{R_N}(I(\boldsymbol{x})-u_{R_N})^2\mathrm{d}\boldsymbol{x}+\mu\sum_{i=1}^{N-1}\int_{\Gamma_i}\mathrm{d}s\\&=\lambda_i\sum_{i=1}^{N}\int_{R_i}(I(\boldsymbol{x})-u_{R_i})^2\mathrm{d}\boldsymbol{x}+\mu\sum_{i=1}^{N-1}\int_{\Gamma_i}\mathrm{d}s\end{aligned}\tag{2-18}$$

式中，$u=\{u_{R_i},i=1,\cdots,N\}$ 为水平集曲线上的像素的平均值；$\lambda_i(i=1,2,\cdots,N)$ 为每个能量项的加权系数；μ 为正则项的加权系数。通常 λ_i 和 μ 用正常量表示。

基于以上的描述，下面介绍 3-Phase LSE[79] 的拟合能量函数。

$$\begin{cases}F(\phi,c,b)=\varepsilon(\phi,c,b)+\nu L(\phi)+\mu R_p(\phi)\\ \varepsilon(\phi,c,b)=\int\sum_{i=1}^{N}\int K(y-x)|I(x)-b(y)c_i|^2\mathrm{d}yM_i(\phi(x))\mathrm{d}x\\ L(\phi)=\int|\nabla H(\phi)|\mathrm{d}x,\quad R_p(\phi)=\int p|\nabla\phi|\mathrm{d}x\end{cases}\tag{2-19}$$

式(2-19)中，b 表示缓慢变化的偏移场；$K(y-x)$ 为内核函数；$H(\phi)$ 表示 Heaviside

函数；$M_i(\phi_1(y),\cdots,\phi_k(y))=\begin{cases}1, & y\in\Omega_i\\ 0, & 其他\end{cases}$ 采用两个水平集函数划分三个区域的方式，且 $M_1(\phi_1,\phi_2)=H(\phi_1)H(\phi_2)$，$M_2(\phi_1,\phi_2)=H(\phi_1)(1-H(\phi_2))$，$M_3(\phi_1,\phi_2)=1-H(\phi_1)$；$\varepsilon(\phi,c,b)$表示能量函数；正则项 $L(\phi)$ 表示零水平集函数的长度，它有助于通过限制其弧的长度实现平滑轮廓的作用；正则项 $R_p(\phi)$ 又称为距离正则项，是一个潜在的能量函数。因此，提出的变分水平集 $F(\phi,c,b)$ 的定义包括能量数据项和正则能量项。

2.3 多相双曲线方法

2.2 节介绍的多区域竞争模型针对强度不均匀图像使用 $N-1$ 个水平集函数划分为 N 个子区域的方法，考虑其计算复杂度高，本节提出一种新的多相双曲线水平集演化方法（MDC），通过 N 个水平集函数把图像划分为 2^N 个子区域的思想，同时采用高斯混合模型（GMM）对双曲线演化的区域进行分割。在曲线的演化过程中，如果出现边界模糊、噪声干扰等情况，还需要完成区域融合，目的是更有效地实现图像分割。

MDC 方法的建模过程如图 2-3 所示，执行过程是首先对输入的图像进行灰度化处理，使用 GMM 内核函数实现图像的多区域分割。每个子区域采用双曲线演化方法，然后在每次迭代分割过程后，依据图像的边界模糊、噪声干扰等情况进行区域融合。依次迭代直到图像分割完成，最终输出图像的分割结果。MDC 水平集演化方法主要通过区域控制能量项、能量拟合函数、水平集演化函数三个方面进行介绍。

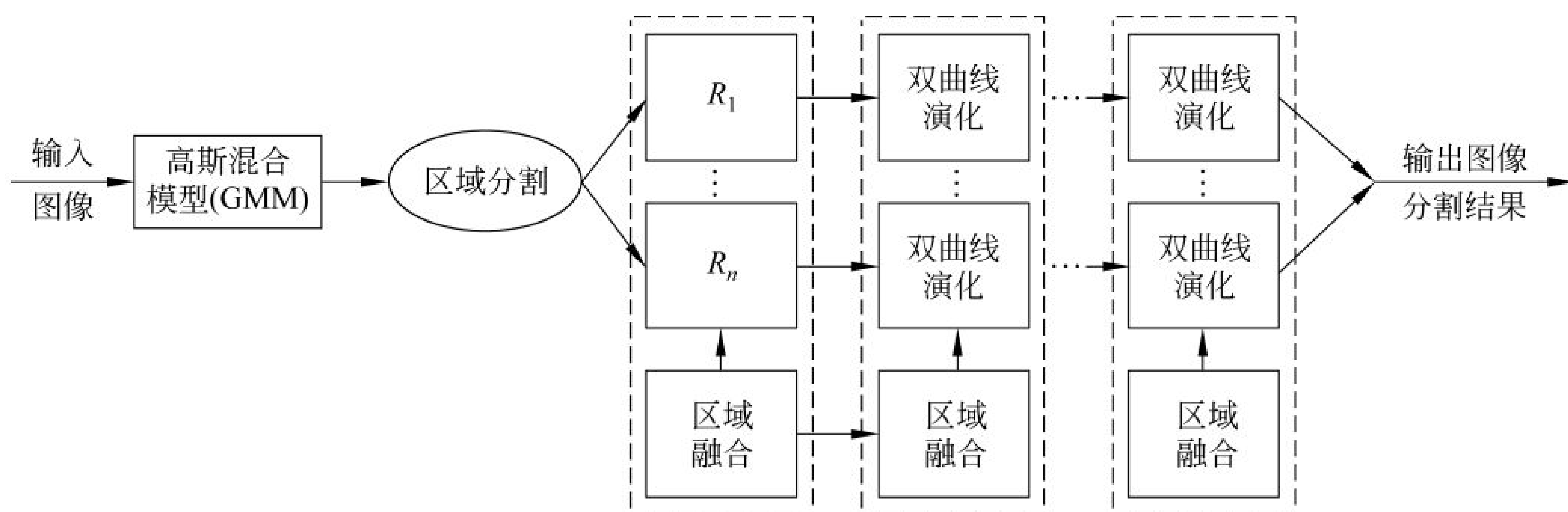


图 2-3 MDC 建模过程

2.3.1　区域控制能量项

对于获取的图像 $I(x,y)$，其数据模型可以描述为

$$I(x,y)=U(x,y)V(x,y)+N(x,y),\quad (x,y)\in\Omega \tag{2-20}$$

式中，$U(x,y)$ 是强度不均匀的原始图像；$V(x,y)$ 表示灰度不均匀场；$N(x,y)$ 表示噪声。通常为了准确地描述强度不均匀图像，噪声 $N(x,y)$ 被假设为具有零均值且方差为 σ^2 的 GMM 分布[66]。每个子系统可以通过一个方差为 σ^2 的高斯模型描述，因此，每个子区域的图像像素通过 GMM 模型建模

$$P(I|R_i)=\sum_{i=1}^{N}\pi_i\rho_i(I|\theta_i) \tag{2-21}$$

注意，π_i 表示像素大小状态的先验概率，且满足 $\sum_{i=1}^{N}\pi_i=1$。对于每个子区域 R_i，$\theta_i=(U,V_i,\sigma_i)$ 和 $\mu_i=U(x,y)V_i(x,y)$ 代表估计参数，其中 μ_i 和 σ_i 分别表示高斯函数的均值和标准差。ρ_i 是与高斯模型对应的概率分布密度函数，用于描述像素大小，可以表示为

$$\rho_i(I|\theta_i)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}}\exp\left[-\frac{(I-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}\right] \tag{2-22}$$

MDC 方法的模型参数使用期望最大化方法进行迭代计算，计算如下。

$$\begin{cases}\gamma^t=\sum_{i=1}^{N}\rho_i(I|\theta_i^t), \quad \pi^t=\frac{1}{N}\gamma^t, \quad \mu^{t+1}=\frac{1}{\gamma^t}\sum_{i=1}^{N}\rho_i(I|\theta_i^t)\\ \sigma^{t+1}=\frac{1}{\gamma^t}\sum_{i=1}^{N}\rho_i(I|\theta_i^t)(I-\mu^{t+1})(I-\mu^{t+1})^{\mathrm{T}}\end{cases} \tag{2-23}$$

说明在这两个状态中，每个像素被划分入子区域的概率需要计算。因为图像边缘附近的像素灰度值会随相位阶跃变化而改变，它们被分散地分布，而且数量较少。因此，它们将显示大振幅值，即其值设置为 1 的状态。相反地，若区域分布都有比目标边界更集中和更大的数量，则这些区域显示小振幅值，即其值都设置为 0 的状态。因此，整个图像将分割为包含目标和背景等不同的子区域，其子区域个数为图像被划分的数目。这些子区域将作为活动曲线范围被进一步演化。

2.3.2　能量拟合函数

变分水平集 C-V 模型被应用于分段恒定的多相图像分割(P-S)，它采用 N 个水平集函数把图像分成 2^N 段。引入的 P-S 方法能够阻止多水平集函数的重叠，其分割原

理如图 2-4 所示。

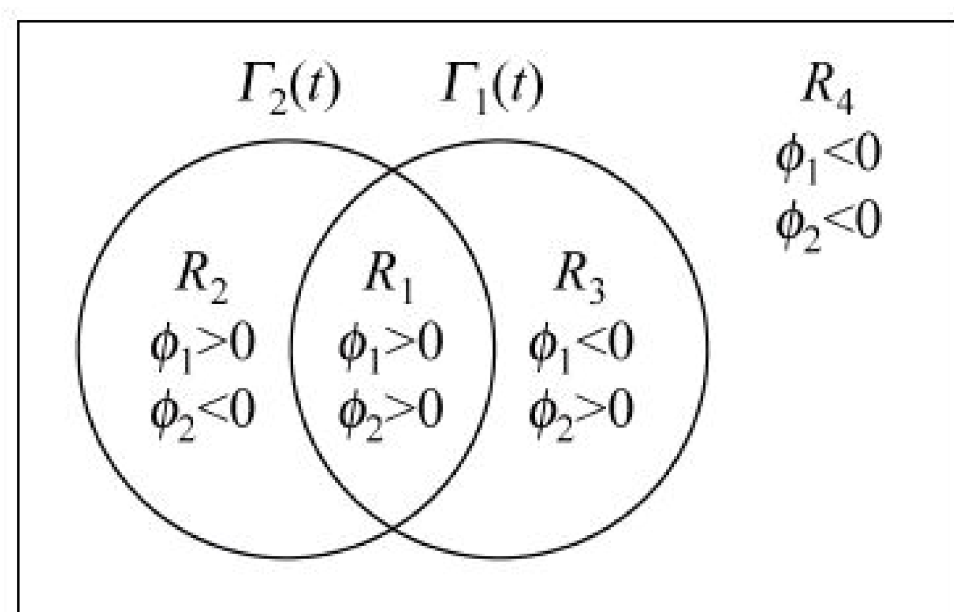


图 2-4 MDC 方法使用 2 个水平集函数划分 4 个子区域

进一步描述图像分割的子区域，用 MDC 方法定义 2 个水平集函数 ϕ_1 和 ϕ_2，且原始图像被分割成 4 个不重叠的子区域，需要满足以下条件：

$$\begin{cases} R_1 = \{x \in \Omega, \phi_1(x,y) > 0, \phi_2(x,y) > 0\} \\ R_2 = \{x \in \Omega, \phi_1(x,y) > 0, \phi_2(x,y) < 0\} \\ R_3 = \{x \in \Omega, \phi_1(x,y) < 0, \phi_2(x,y) > 0\} \\ R_4 = \{x \in \Omega, \phi_1(x,y) < 0, \phi_2(x,y) < 0\} \end{cases} \tag{2-24}$$

MDC 水平集函数所包含的区域控制项、长度平滑正则项以及基于曲线的罚函数项将分别进行推导和演化。

1. 区域控制项

基于似然函数(LF)，MDC 方法对整个图像的能量拟合函数定义如下[69]：

$$E(\theta) \triangleq -\int_\Omega \lg\rho(I|\theta)\mathrm{d}x = \alpha - \sum_{i=1}^{N}\int_\Omega\int_{R_i \cap R_x} \lg(\rho_i(I(y|\theta_i)))\mathrm{d}y\mathrm{d}x \tag{2-25}$$

多相双曲线方法的拟合能量需要满足以下 4 个条件。

(1) α 是一个正常量。

(2) 对于图像的每一个位置 $x \in \Omega$，它周围的邻近圆存在一个中心 y，以 r 为半径，且中心圆符合条件 $R_x = \{y|\ \|y-x\| \leqslant r\}$。

(3) 存在的近似的关系 $I(y|\theta_i) \approx I(x|\theta_i)$，$\forall\, y \in R_i \cap R_x$。

(4) 基于高斯混合模型，特征函数 $\kappa_r(x,y)$ 定义为 $\kappa_r(x,y) = \begin{cases} 1, & \|y-x\| \leqslant r \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$。

根据以上假设，联合式(2-25)和式(2-22)，能量拟合函数被重新改写为

$$\begin{aligned} E(\theta) &= \sum_{i=1}^{2^N}\int_\Omega\int_{R_i} \kappa_r(x,y)\left(\lg\left(\sqrt{2\pi\sigma_i^2}\right) + (I(y) - U(x)V_i(x))^2/(2\sigma_i^2)\right)\mathrm{d}y\mathrm{d}x \\ &= \sum_{i=1}^{2^N}\int_\Omega\int_{R_i} \kappa_r(x,y)\pi\,(I(y) - U(x)V_i(x))^2\mathrm{d}y\mathrm{d}x, \quad \sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \end{aligned} \tag{2-26}$$

式中，若 $\kappa_r(x,y)$ 被看作 Gaussian 内核函数[190]，则式(2-26)与 WKVLS 方法[65]是等价的。由于 MDC 方法具有普适性，因此提出的方法在边界演化方面具有更精确的数值计算功能。

2. 长度平滑正则项

为了平滑演化曲线并且阻止小区域的出现，MDC 水平集方法引入了长度平滑正则项。该项是水平集函数划分的每个子区域的长度平滑正则项的总和，因此长度平滑正则项的能量函数可以表示为

$$E^L(\phi_i)=\mu\sum_{i=1}^{N}\int_{\Omega}|\nabla H(\phi_i(y))|\,\mathrm{d}y=\mu\sum_{i=1}^{N}\int_{\Omega}\delta(\phi_i)|\nabla\phi_i(y)|\,\mathrm{d}y \tag{2-27}$$

式中，μ 是一个正常量系数；参照文献[60]，$H(\phi_i)$ 和 $\delta(\phi_i)$ 分别表示 Heavide 函数和 Dirac Delta 函数，且它们的定义可以用式(2-28)描述。

$$\begin{cases}H_\varepsilon(\phi_i)=\dfrac{1}{2}\left[1+\dfrac{2}{\pi}\arctan\left(\dfrac{\phi_i}{\varepsilon}\right)\right]\\ \delta_\varepsilon(\phi_i)=H'_\varepsilon(\phi_i)=\dfrac{\varepsilon}{\pi}\dfrac{1}{\varepsilon^2+\phi_i^2}\end{cases} \tag{2-28}$$

3. 双曲线的罚函数

水平集函数的曲线演化需要定期执行重新初始化[59]，因此多相水平集函数簇需要建立 SDF。为避免每次迭代后重新初始化 SDF，水平集演化函数需要引入能量惩罚项。在曲线演化过程中，它们作为一种近似 SDF，可以表示为

$$E^P(\phi_i)=\frac{\nu}{2}\sum_{i=1}^{N}\int_{\Omega}(|\nabla\phi_i(y)|-1)^2\,\mathrm{d}y \tag{2-29}$$

为了缩短计算时间，MDC 对每个子区域采用双曲线演化方法进行分割，该方法参考文献[180]中提出的双势阱距离正则化能量惩罚函数，该函数应用于一个单一的水平集演化方法(DRLSE)。

多相双曲线 MDC 方法定义 $\eta(|\nabla\phi|)$ 作为一种势函数项，因此惩罚能量函数 $E^P(\phi)$ 可以被重新改写成 $\nu\sum_{i=1}^{N}\int_{\Omega}\eta(|\nabla\phi_i|)\,\mathrm{d}y$，这里定义 η 为一个双曲线的惩罚项。设置 $\eta:[0,\infty)\to\mathbf{R}^2$，可以得到 η 的具体定义为

$$\eta(s)=\begin{cases}\dfrac{1}{(2\pi)^2}(1-\cos(2\pi s)), & \text{如果 } s\leqslant 1\\ \dfrac{1}{2}(s-1)^2, & \text{如果 } s>1\end{cases} \tag{2-30}$$

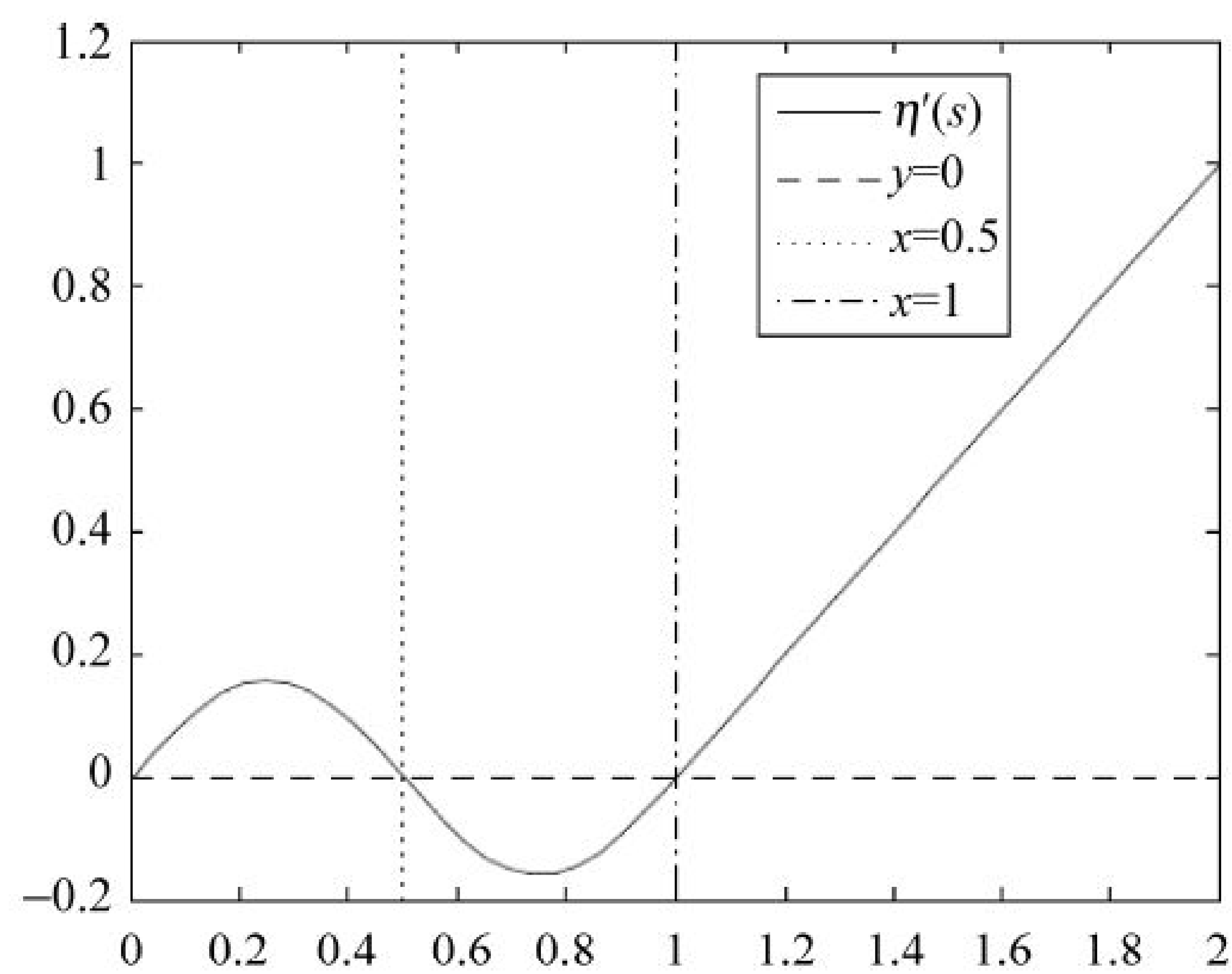
进而，该惩罚函数对应的梯度下降流可以通过式(2-31)进行推导：

$$\frac{\partial P}{\partial \phi}=\frac{\partial}{\partial \phi}\left(\frac{v}{2}\int_{\Omega}|\nabla\phi-1|^{2}\mathrm{d}y\right)=\mathrm{div}\left(\left(1-\frac{1}{|\nabla\phi|}\right)\nabla\phi\right)$$
$$=\mathrm{div}\left(\frac{\eta'(|\nabla\phi|)}{|\nabla\phi|}\nabla\phi\right) \tag{2-31}$$

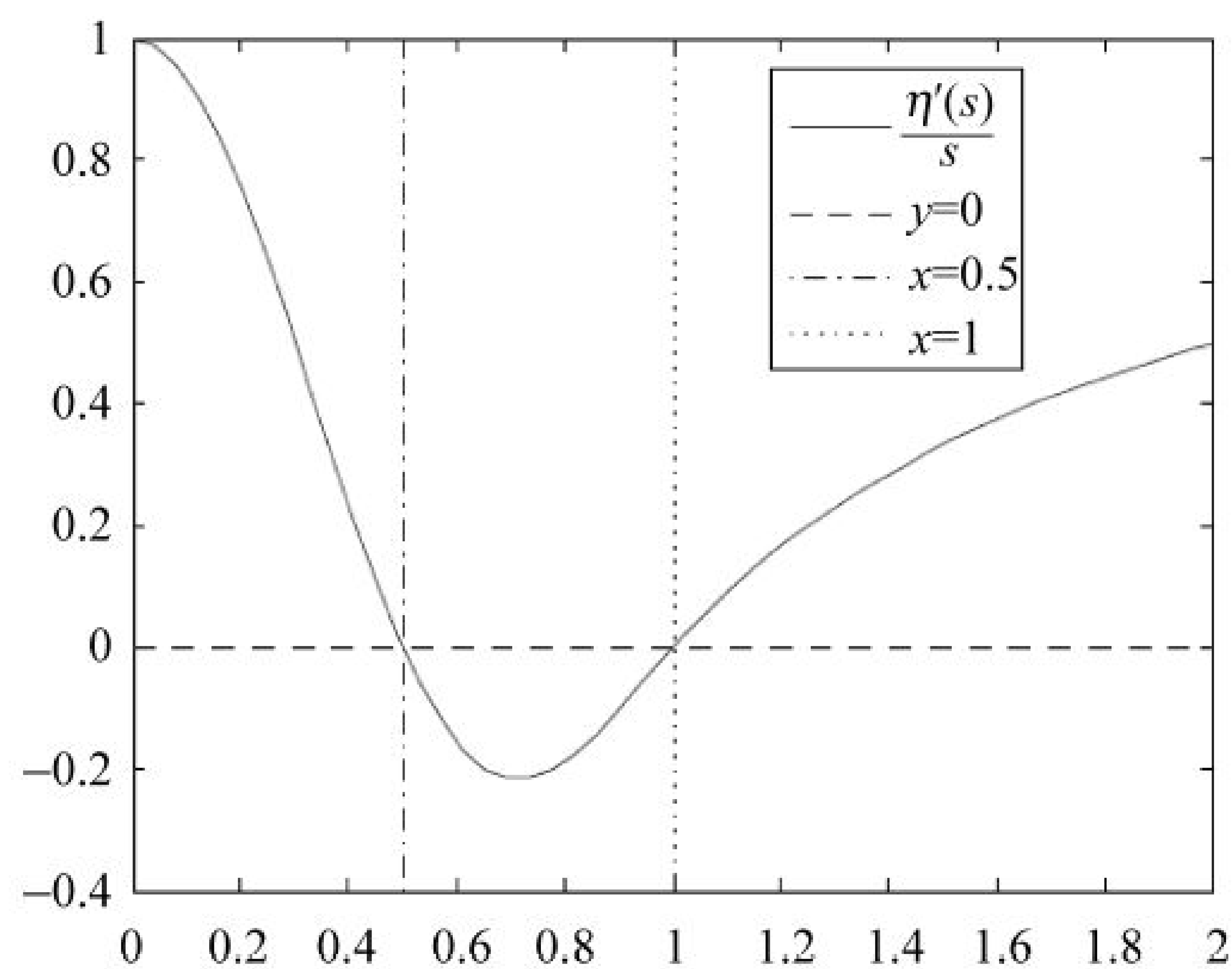
式中，$\eta'(s)$ 表示 $\eta(s)$ 的一阶导数，并且用 $l(s)=\frac{\eta'(s)}{s}$ 表示 $\eta(s)$ 的符号，它们之间的关系满足

$$\begin{cases}\eta'(s)=\begin{cases}\frac{1}{2\pi}\sin(2\pi s), & \text{如果 } s\leqslant 1\\ s-1, & \text{如果 } s>1\end{cases}\\ |l(s)|=\frac{\eta'(s)}{s}<1, \quad s\in(0,\infty)\\ \lim\limits_{s\to 0}l(s)=\lim\limits_{s\to\infty}l(s)=1\end{cases} \tag{2-32}$$

由式(2-32)能够得到 $\eta'(s)$ 和 $l(s)$ 的曲线演化规律，如图 2-5 所示。



(a) $\eta(s)$的一阶导数$\eta'(s)$



(b) 符号函数$l(s)$

图 2-5　MDC 的潜在惩罚函数 $\eta(s)$

显然，在 $s=0$ 和 $s=1$ 两种情况下，$\eta(s)$ 能够取得最小值。符号函数 $l(s)$ 满足条件 $\nu\cdot l(\phi)<\nu$，并且 $|\nabla\phi|$ 下降与否取决于以下三个条件。

(1) 如果 $|\nabla\phi|>1$，则 $\nu\cdot l(\phi)>0$，这时 $|\nabla\phi|$ 下降。

(2) 如果 $\frac{1}{2}<|\nabla\phi|<1$，则 $\nu\cdot l(\phi)<0$，这时 $|\nabla\phi|$ 上升。

(3) 如果 $|\nabla\phi|<\frac{1}{2}$，则 $\nu\cdot l(\phi)>0$，这时 $|\nabla\phi|$ 下降到 0。

在惩罚项中嵌入潜在的罚函数，且该罚函数以双曲线的形式进行演化，产生零水平集的轮廓。

2.3.3　水平集曲线演化

MDC 水平集演化公式包含三个部分，即区域拟合能量、长度平滑正则项和惩罚正则项。根据式(2-26)、式(2-27)和式(2-29)，整个能量拟合函数可以表示为

$$
\begin{aligned}
&E^{\mathrm{MDC}}(\phi)=\sum_{i=1}^{2^N}\int_{\Omega}g_i(y)\Phi_i\mathrm{d}y+\mu\sum_{i=1}^{N}\int_{\Omega}\delta(\phi_i)|\nabla\phi_i(y)|\mathrm{d}y+\\
&\qquad\frac{\nu}{2}\sum_{i=1}^{N}\int_{\Omega}(|\nabla\phi_i(y)|-1)^2\mathrm{d}y\\
&g_i(y)=\int_{R_i}\kappa_r(x,y)[\lg(\sqrt{2\pi}\sigma_i)+\\
&\qquad(I(y)-U(x)V_i(x))^2/(2\sigma_i^2)]\mathrm{d}x\\
&\begin{cases}
\Phi_1=H(\phi_1)H(\phi_2)\\
\Phi_2=H(\phi_1)(1-H(\phi_2))\\
\Phi_3=(1-H(\phi_1))H(\phi_2)\\
\Phi_4=(1-H(\phi_1))(1-H(\phi_2))
\end{cases}
\end{aligned}
\tag{2-33}
$$

该水平集的能量函数由区域参数 $g=\{g_i,i=1,2\}$ 决定，并且 GMM 的标准差由集合 $\sigma=\{\sigma_i,i=1,2,3,4\}$ 组成。下面依次从改进的可变参数和最小化梯度下降流能量两个方面求解迭代演化过程。

1. 改进的可变参数

MDC 的能量拟合函数由式(2-34)得到，其中 $U(x)V(x)$ 表示子区域灰度的均值。

$$\begin{cases} V_1=\dfrac{\int(\kappa_r*U)I(y)H(\phi_1)H(\phi_2)\mathrm{d}y}{\int(\kappa_r*U^2)H(\phi_1)H(\phi_2)\mathrm{d}y} \\ V_2=\dfrac{\int(\kappa_r*U)I(y)H(\phi_1)(1-H(\phi_2))\mathrm{d}y}{\int(\kappa_r*U^2)H(\phi_1)(1-H(\phi_2))\mathrm{d}y} \\ V_3=\dfrac{\int(\kappa_r*U)I(y)(1-H(\phi_1))H(\phi_2)\mathrm{d}y}{\int(\kappa_r*U^2)(1-H(\phi_1))H(\phi_2)\mathrm{d}y} \\ V_4=\dfrac{\int(\kappa_r*U)I(y)(1-H(\phi_1))(1-H(\phi_2))\mathrm{d}y}{\int(\kappa_r*U^2)(1-H(\phi_1))(1-H(\phi_2))\mathrm{d}y} \\ U=\dfrac{\sum_{i=1}^{2^N}\kappa_r*(I(y)\Phi_i)\cdot\dfrac{V_i}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^{2^N}\kappa_r*(\Phi_i)\cdot\dfrac{V_i}{\sigma_i^2}} \\ \sigma_i=\sqrt{\dfrac{\iint\kappa_r(y,x)*(I(y)-U(x)V_i)^2\Phi_i(y)\mathrm{d}y\mathrm{d}x}{\iint\kappa_r(y,x)*\Phi_i(y)\mathrm{d}y\mathrm{d}x}} \end{cases} \tag{2-34}$$

式中，σ 表示标准差。根据式(2-20)，$U(x)$ 是偏移场，用于保持归一化的卷积[191]形式。该方法对于各种强度不均匀的图像具有普遍性，而且去噪效果显著。进而长度正则项的梯度下降流可以表示为

$$\begin{aligned}\frac{\partial E^L}{\partial\phi}&=\frac{\partial}{\partial\phi}\sum_{i=1}^{N}\int_\Omega\delta_\varepsilon(\phi_i)(|\nabla\phi_i|)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\\&=\delta_\varepsilon(\phi_1)\mathrm{div}\left(\frac{\nabla\phi_1}{|\nabla\phi_1|}\right)+\delta_\varepsilon(\phi_2)\mathrm{div}\left(\frac{\nabla\phi_2}{|\nabla\phi_2|}\right)\end{aligned} \tag{2-35}$$

同理，由式(2-31)和式(2-35)，潜在的惩罚项的梯度下降流公式表示为

$$\begin{aligned}\frac{\partial E^P}{\partial\phi}&=\frac{\partial}{\partial\phi}\sum_{i=1}^{2^{N-1}}\int_\Omega(|\nabla\phi_i(y)|-1)^2\mathrm{d}y\\&=\mathrm{div}(l(\nabla\phi_1)\nabla\phi_1)+\mathrm{div}(l(\nabla\phi_2)\nabla\phi_2)\end{aligned} \tag{2-36}$$

2. 最小化梯度下降流

MDC 将水平集曲线簇 $\{\phi_1,\phi_2\}\to\Omega$ 嵌入到每一个单相的参数曲线内，因此每个水平集函数演变成求解偏微分方程(PDE)：

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial t}=-\frac{\partial E^{\mathrm{MDC}}}{\partial \phi_i} \tag{2-37}$$

首先，区域控制项 $E(\phi)$ 的梯度下降流可以通过以下公式计算

$$\begin{aligned}\frac{\partial E(\phi)}{\partial \phi_1}&=\frac{\partial}{\partial \phi_1}\int_\Omega g_1 H(\phi_1)H(\phi_2)\mathrm{d}y+\frac{\partial}{\partial \phi_1}\int_\Omega g_2 H(\phi_1)(1-H(\phi_2))\mathrm{d}y+\\&\quad\frac{\partial}{\partial \phi_1}\int_\Omega g_3(1-H(\phi_1))H(\phi_2)\mathrm{d}y+\frac{\partial}{\partial \phi_1}\int_\Omega g_4(1-H(\phi_1))(1-H(\phi_2))\mathrm{d}y\\&=[(g_1-g_2-g_3+g_4)H(\phi_2)+g_2-g_4]\delta_\varepsilon(\phi_1)\end{aligned} \tag{2-38}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial E(\phi)}{\partial \phi_2}&=\frac{\partial}{\partial \phi_2}\int_\Omega g_1 H(\phi_1)H(\phi_2)\mathrm{d}y+\frac{\partial}{\partial \phi_2}\int_\Omega g_2 H(\phi_1)(1-H(\phi_2))\mathrm{d}y+\\&\quad\frac{\partial}{\partial \phi_2}\int_\Omega g_3(1-H(\phi_1))H(\phi_2)\mathrm{d}y+\frac{\partial}{\partial \phi_2}\int_\Omega g_4(1-H(\phi_1))(1-H(\phi_2))\mathrm{d}y\\&=[(g_1-g_2-g_3+g_4)H(\phi_1)+g_3-g_4]\delta_\varepsilon(\phi_2)\end{aligned}$$

此时，正则项 $E^R(\phi)$ 的梯度下降流可以统一地表达为

$$\begin{aligned}\frac{\partial E^R}{\partial \phi}&=\frac{\partial E^L}{\partial \phi_1}+\frac{\partial E^L}{\partial \phi_2}+\frac{\partial E^P}{\partial \phi_1}+\frac{\partial E^P}{\partial \phi_2}\\&=\mathrm{div}\left(\frac{\nabla\phi_1}{|\nabla\phi_1|}\right)\delta_\varepsilon(\phi_1)+\mathrm{div}\left(\frac{\nabla\phi_2}{|\nabla\phi_2|}\right)\delta_\varepsilon(\phi_2)+\\&\quad\mathrm{div}(l(\nabla\phi_1)\nabla\phi_1)+\mathrm{div}(l(\nabla\phi_2)\nabla\phi_2)\end{aligned} \tag{2-39}$$

因此，根据以上计算公式，可以得到与梯度下降流一致的最小化能量函数

$$\begin{cases}\dfrac{\partial \phi_1}{\partial t}=-[(g_1-g_2-g_3+g_4)H(\phi_2)+g_2-g_4]\delta_\varepsilon(\phi_1)-\\ \qquad\mathrm{div}\left(\dfrac{\nabla\phi_1}{|\nabla\phi_1|}\right)\delta_\varepsilon(\phi_1)+\mathrm{div}(l(\nabla\phi_1)\nabla\phi_1)\\ \dfrac{\partial \phi_2}{\partial t}=-[(g_1-g_2-g_3+g_4)H(\phi_1)+g_3-g_4]\delta_\varepsilon(\phi_2)-\\ \qquad\mathrm{div}\left(\dfrac{\nabla\phi_2}{|\nabla\phi_2|}\right)\delta_\varepsilon(\phi_2)+\mathrm{div}(l(\nabla\phi_2)\nabla\phi_2)\end{cases} \tag{2-40}$$

使用变分原理迭代求解梯度流公式。假设 h 是离散网格的间距，Δt 表示时间间隔。n 个时间周期后，对于图像网格点 (a,b)，离散的多相水平集函数簇 $\{\phi_i\}_{i=1}^N$ 可以用 $\{\phi_i(ah,bh,n\Delta t)\}_{i=1}^N$ 表示。因此，采用向前差分离散水平集的函数簇的表达可以使用以下形式

$$(\phi_{i,ab}^{n+1}-\phi_{i,ab}^{n})/\Delta t=L(\phi_{i,ab}^{n}) \tag{2-41}$$

其中 $L(\phi_{i,ab}^{n})$ 是第 i 个水平集函数演化的数值逼近。与文献[60]相似，水平集演化函数的曲率 k_j 采用二阶中心差分格式得到其数值解

$$k_i = \operatorname{div}\left(\frac{\nabla\phi_i}{|\nabla\phi_i|}\right) = \frac{\phi_{i,xx}\phi_{i,y}^2 - 2\phi_{i,x}\phi_{i,y}\phi_{i,xy} + \phi_{i,yy}\phi_{i,x}^2}{(\phi_{i,x}^2 + \phi_{i,y}^2)^{\frac{3}{2}}} \tag{2-42}$$

曲率公式(2-42)结合梯度下降流公式(2-40)，可以通过式(2-43)在迭代过程中更新水平集的演化方程(2-37)

$$\begin{aligned}\phi_{i,ab}^{n+1} = \phi_{i,ab}^{n} + \Delta t \cdot \{-\delta_\varepsilon(\phi_{i,ab}^{n})[(g_1 - g_2 - g_3 + g_4)\cdot H(\phi_j) + g_2 - g_4 + k_i] + \\ \nu\cdot(\phi_{i,a+1b}^{n} + \phi_{i,a-1b}^{n} + \phi_{i,ab+1}^{n} + \phi_{i,ab-1}^{n} - 4\phi_{i,ab}^{n} + k_i)\},\ j = 2^{i-1} + (-1)^{3-i}\end{aligned} \tag{2-43}$$

2.3.4 算法的执行过程

多相双曲线水平集演化算法的过程通过算法 2-1 进行总结。

算法 2-1 MDC 算法的执行步骤

输入：水平集函数的个数为 N，时间间隔为 Δt，网格间距为 h，且 Heavide 函数的参数用 ε 表示。
步骤 1：设置参数 N、Δt、h 和 ε 的初始值。
步骤 2：建立符号距离函数(SDF)，并初始化曲线簇 $\{\phi_i\}_{i=1}^{N}$ 为 SDF。
步骤 3：设置演化曲线。根据式(2-42)和式(2-43)，水平集演化通过迭代公式(2-41)描述的离散形式进行推导。
步骤 4：确定终止条件。如果条件满足则输出图像分割结果；否则，水平集函数采用替换形式 $\phi^{n+1} = \phi^n$ 作为下一次迭代开始的水平集函数，然后转向步骤 3，继续执行迭代求解。
输出：水平集能量拟合函数 E^{MDC} 和水平集演化曲线 ϕ^n。

2.4 方法实施和实验探讨

为了验证 MDC 方法的有效性，本节的实验数据采用受强度不均匀、噪声大以及光照强度不均影响的图像，以实际拍摄的药片包装图像为例，实现图像分割。为了验证所提出的策略在轮廓识别和计算时间方面的优越性能，实验和其他已有的水平集方法进行对比，包括 RSF、R-D LSE 和 3-Phase LSE 方法。

2.4.1 实验结果

1. 实验一

初始图像是含有多种色彩和多个药片的包装图像，图像大小是 218×132 像素。图 2-6 显示了图像分割效果，包括初始轮廓、分割后的轮廓以及最终的水平集函数。相关方法的初始轮廓设置如下。

RSF 初始化轮廓为一个矩形：$c_0 = 2$，$\phi_0(47:60,86:99) = -c_0$。

R-D LSE 方法的初始化轮廓为一个中心圆，设 $c_0 = 3$，$r = 10$，$\phi_0(r:x-r,r:y-r) = -c_0$。

3-Phase LSE 和 MDC 方法采用多相水平集函数，它们的初始化水平集函数为 ϕ_1 和 ϕ_2，该方法的优点是初始化形状是任意的。

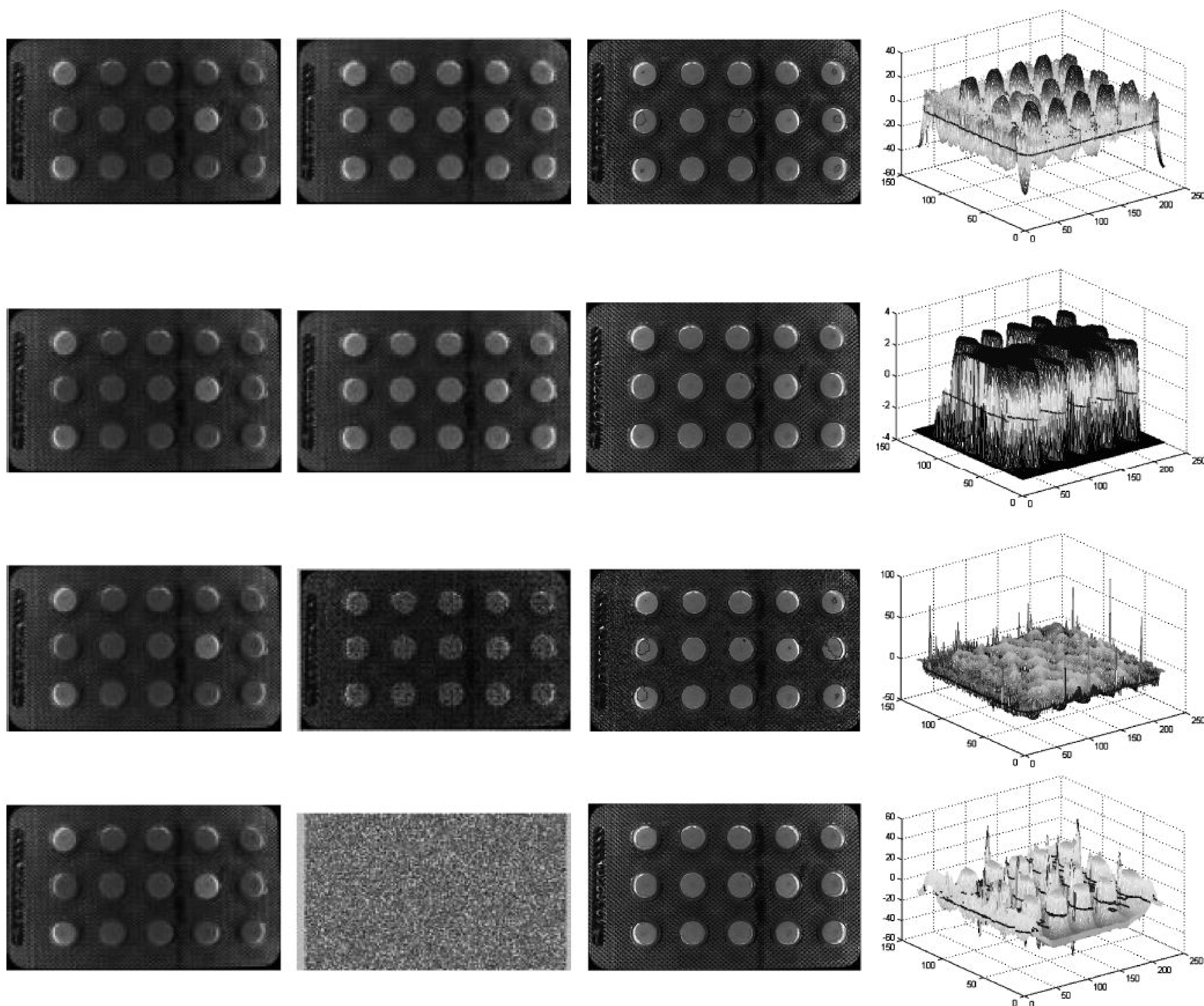


图 2-6　实验一的图像分割结果

第 1 列表示原始图像，第 2 列是初始化水平集轮廓，第 3 列表示最终图像分割轮廓，第 4 列表示最终的水平集函数。第 1 行采用 RSF 方法，第 2 行采用 R-D LSE 方法，第 3 行采用 3-Phase LSE 方法，第 4 行采用 MDC 方法。

2. 实验二

原始图像是一种单颜色的包含多个药片的包装图像，其大小为 220 像素×138 像素。图 2-7 演示了图像分割效果，包括初始化轮廓、最终的分割轮廓和图像分割结果

的水平集函数。其初始化的值设置如下。

RSF 初始化轮廓为一个矩形：$c_0=2$，$\phi_0(90:120,90:120)=-c_0$。

R-D LSE 方法的初始化轮廓为一个中心圆，即 $c_0=3, r=10$，$\phi_0(r:x-r,r:y-r)=-c_0$。

3-Phase LSE 和 MDC 方法采用多相水平集函数，它们的初始化水平集函数为 ϕ_1 和 ϕ_2，该方法的优点是初始化形状是任意的。

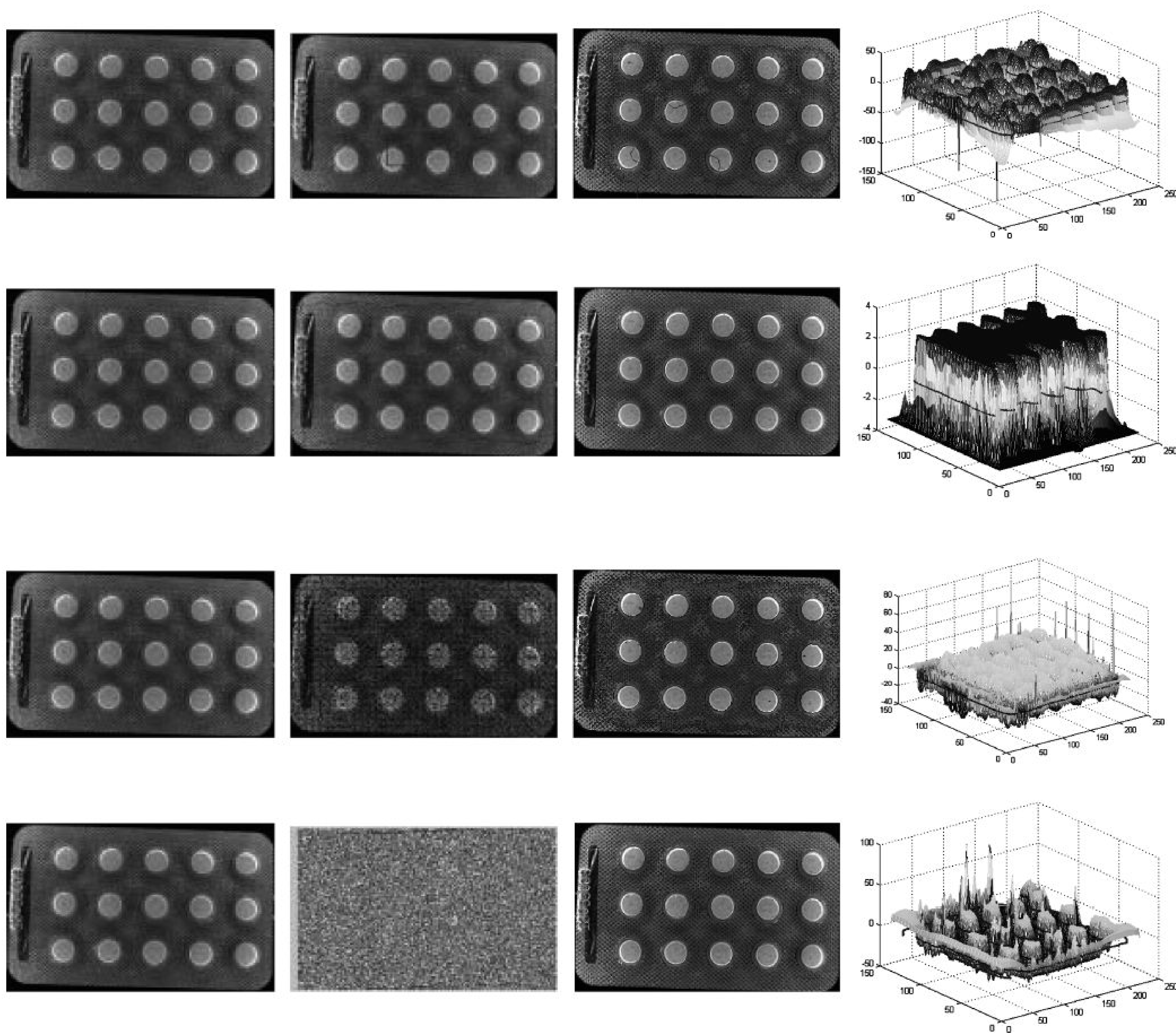


图 2-7 实验二的图像分割结果

第 1 列表示原始图像，第 2 列是初始化水平集轮廓，第 3 列表示最终图像分割轮廓，第 4 列表示最终的水平集函数。第 1 行采用 RSF 方法，第 2 行采用 R-D LSE 方法，第 3 行采用 3-Phase LSE 方法，第 4 行采用 MDC 方法。

3. 实验三

该原始图像是一个药片包装图像，但是包装图像的瑕疵是没有装入药片。图片的大小为 220 像素×136 像素。对于瑕疵明显的图片，图 2-8 演示了图像的分割结果。

依据图 2-8，其初始化的值设置如下。

RSF 初始化轮廓为一个矩形：$c_0=2$，$\phi_0(90:110,80:100)=-c_0$。

R-D LSE 方法的初始化轮廓为一个中心圆，即 $c_0=3, r=10$，$\phi_0(r:x-r, r:y-r)=-c_0$。

3-Phase LSE 和 MDC 方法采用多相水平集函数，它们的初始化水平集函数为 ϕ_1 和 ϕ_2，该方法的优点是初始化形状是任意的。

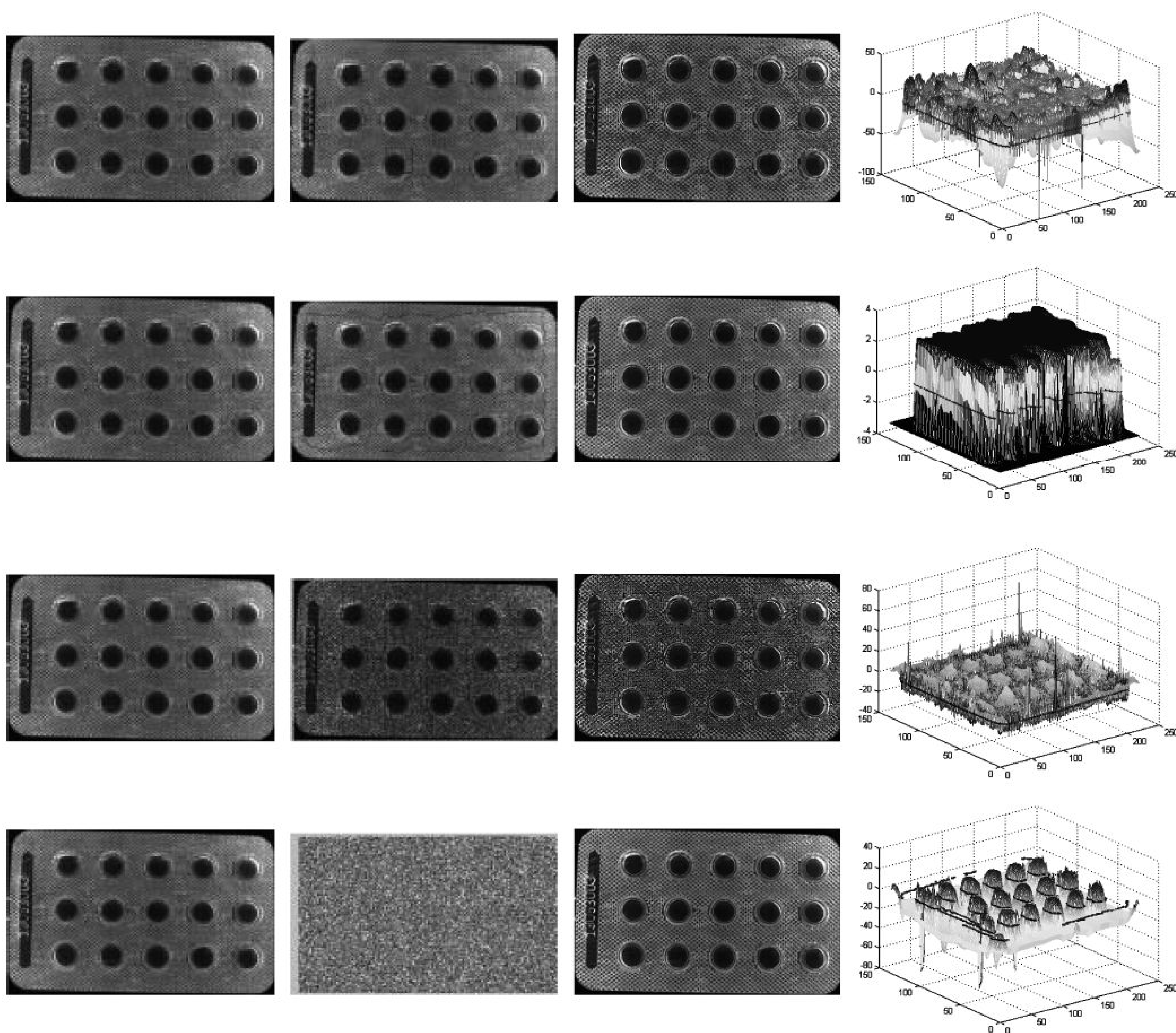


图 2-8　实验三的图像分割结果

第 1 列表示原始图像，第 2 列是初始化水平集轮廓，第 3 列表示最终图像分割轮廓，第 4 列表示最终的水平集函数。第 1 行采用 RSF 方法，第 2 行采用 R-D LSE 方法，第 3 行采用 3-Phase LSE 方法，第 4 行采用 MDC 方法。

2.4.2　结果分析

根据以上演示的三组实验，相关的测量参数和性能估计值如表 2-1 所示。

表 2-1　四种水平集方法的参数和性能比较

		RSF	R-D LSE	3-Phase LSE	MDC
Δt		0.1	$\Delta t_1=0.1$， $\Delta t_2=0.001$	0.1	0.45
σ		3.0	1.5	4.0	4.5
ε		1.0	1.0	1.0	1.0
迭代次数		200	2000	外轮廓迭代＝100 内轮廓迭代＝10	40
实验一	计算时间/s	16.27	125.41	21.05	2.78
实验二	计算时间/s	19.31	137.55	23.47	2.34
实验三	计算时间/s	16.52	140.78	22.28	2.33

仿真结果分析总结如下。

首先，RSF 方法的初始化水平集轮廓是一个矩形。尽管 RSF 方法能够分割图像中的轮廓，例如每个药片、生产日期和其他修饰部分，但是图像中凸凹不平的纹理也被划分出来，使得图像分割的结果是关键部分的轮廓不能很好地突显，而且从最终的水平集函数的演示图来看，图像分割效果不理想。

第二，对于 R-D LSE 方法，初始化的水平集轮廓是从某个中心点开始的，半径为 10 个像素的圆。由实验结果的图像显示及表格列出的参数可知，经过 3000 次迭代演化，图像的轮廓没有分割出来。因此，从最终的水平集函数来看，R-D LSE 方法不能满足图像分割的要求。

第三，3-Phase LSE 方法使用 $N-1$ 个水平集函数实现 N 类不均匀区域的分割。以 2 个水平集函数把图像划分成为 3 类不均匀区域为例，该水平集函数分别用 ϕ_1 和 ϕ_2 表示，且水平集函数的初始化轮廓被随机初始化。从图像分割结果能够看出，图像的纹理也被分割，而且分割结果并不明显。

最后，三个实验使用了提出的 MDC 水平集方法，同样地随机初始化轮廓。MDC 方法引入 N 个水平集函数表达 2^N 类被划分的非均匀区域。对每个目标子区域，MDC 采用双曲线演化方法嵌入水平集函数中，因此，图像轮廓在演化过程中能够双边扩展。经过多次的迭代过程，对于所分割的图像，以药片包装图像为例，药片的轮廓、生产日期和其他修饰部分都能够被很好地分割出来。特别是 MDC 曲线演化方法的计算时间和性能估计指标与其他水平集方法相比，都具有较好的性能。

2.5　本章小结

本章提出了一种用于图像分割的新方法，即基于水平集的多相双曲线演化方法（MDC）。该方法首先定义了 N 个水平集函数，并且将图像划分成 2^N 个子区域，更重要的是，该方法采用的轮廓曲线对初始条件是不敏感的。利用双曲线演化能够提高运算速度，减少迭代次数。实验部分使用实际拍摄的强度不均匀、噪声大、有瑕疵的药片包装图像，验证了提出方法的有效性。实验结果表明，提出的 MDC 水平集方法能够分割强度不均匀的图像，且能够把图像分割成多个灰色区域，对于抵抗噪声的干扰以及对纹理进行分割具有优越的鲁棒性能，这为下一步处理复杂数据的分类做了前期预处理准备。

第 3 章

基于邻居搜索和内核模糊 C-均值的鲁棒性数据集分类方法

3.1 引言

分布式网络化系统中,不同功能的传感器测量得到的信息表示不同的物理含义,如惯性导航模块测量得到运动物体的速度、加速度以及角速度信息;同样地,视觉传感器接收可视化的信息特征,如颜色、纹理、形状等,测量值所包含的信息量大且含义复杂。这些信息如果都用于空间目标的定位,则信息处理的效率会很低,并且重点不突出。

基于此种情况,本章将重点研究具有鲁棒性能的、自适应的聚类方法用于复杂数据集分类。首先介绍聚类算法的理论基础,以及内核模糊 C-均值算法,接下来设计一种不需要判断聚类数目的无监督的数据分类方法,降低参数不确定性对数据分类的影响。适用于处理传感器接收到的不同信息的分类,增加数据的有效性,提高数据处理的效率,能够保持特征的适用性,进而更好地将测量的信息应用于分布式系统的信息融合。

3.2 聚类算法的理论基础

数据集分类是智能计算的重要基础,一般情况下,数据集可以从传感器、图像、视频和音频文件中获取。聚类方法针对数据集分类是一种无监督的学习过程,聚类的结果是同一群集的数据比其他集群具有更大的相似性。无监督的学习作为一种主要的分类算法被广泛地应用于图像分割、模式识别、数据挖掘和生物信息学[192,193]等领域。

为了更清楚地介绍本章所提出的方法的作用和意义，本节主要从聚类的定义、相似度以及经典的内核模糊 C-均值算法进行阐述。

3.2.1　聚类分析

1. 聚类的定义

定义 3.1[194-196]：在数据空间 D 中，数据集 $X=\{X_1, \cdots, X_n\}$ 由 n 个样本组成，样本 $X_i=\{X_{i1}, \cdots, X_{in}\}\in \mathbf{R}^d$，因而可以将数据集 X 看作一个 $n\times d$ 的矩阵。存在集合 $C=\{C_1, \cdots, C_k\}$ 满足

$$\begin{cases} C_1 \cup C_2 \cup \cdots \cup C_k = X & \forall C_i \neq \phi \\ C_i \cap C_j = \phi & \forall i \neq j \end{cases} \tag{3-1}$$

则称形成分割 C_i 的过程是聚类。模糊聚类作为硬聚类得到推广，指数据集中的每个样本不再属于单个聚类，而可能是根据某个法则隶属于多个不同的聚类，因而模糊聚类也称为软聚类。

2. 聚类的相似性测度

聚类分析中，最基本的问题是样本间相似性的度量，相似性测度是用来描述数据对象之间相似性程度的量。常见的有基于距离的相似性测度、基于核函数的相似性测度、基于连通性的相似性测度、基于余弦的相似性测度和基于概念的相似性测度等。下面介绍基于距离的相似性测度。

定义 3.2[194-196]：设 R 表示一个非空集合，若其中任意两个元素 $i=\{X_{i1}, \cdots, X_{in}\}$ 和 $j=\{X_{j1}, \cdots, X_{jn}\}$ 都按一定的规则与一个实数 $d\{i,j\}$ 相对应，且 $d\{i,j\}$ 满足以下 4 个公理：

(1) $d\{i,j\}\geqslant 0$　　(非负性)

(2) $d\{i,j\}=0$，当且仅当 i 和 j 为同一个样本时

(3) $d\{i,j\}=d\{j,i\}$　　(对称性)

(4) $d\{i,j\}\leqslant d\{i,h\}+d\{h,j\}$　　(三角不等性)

在聚类分析中，以距离作为相似性度量，常见的有基于欧几里得(Euclidean)距离的相似性测度、基于曼哈顿(Manhattan)距离的相似性测度和基于闵可夫斯基(Minkowski)距离的相似性测度等。其中，基于闵可夫斯基距离的相似性测度是基于曼哈顿距离的相似性测度和基于欧几里得距离的相似性测度的推广，定义如下。

（1）基于 Euclidean 距离的相似性测度。

$$d\{i,j\}=\sqrt{(x_{i1}-x_{j1})^2+(x_{i2}-x_{j2})^2+\cdots+(x_{in}-x_{jn})^2} \tag{3-2}$$

（2）基于 Manhattan 距离的相似性测度。

$$d\{i,j\}=|x_{i1}-x_{j1}|+|x_{i2}-x_{j2}|+\cdots+|x_{in}-x_{jn}| \tag{3-3}$$

（3）基于 Minkowski 距离的相似性测度。

$$d\{i,j\}=(|x_{i1}-x_{j1}|^p+|x_{i2}-x_{j2}|^p+\cdots+|x_{in}-x_{jn}|^p)^{\frac{1}{p}} \tag{3-4}$$

为了表达某些变量的重要程度，加权的基于欧几里得距离的相似性测度、加权的基于曼哈顿（Manhattan）距离的相似性测度和加权的基于闵可夫斯基（Minkowski）距离的相似性测度等概念被提出。

3.2.2 内核模糊 C-均值算法

对比硬 C-均值聚类方法与模糊 C-均值聚类算法可以发现，目标函数、隶属度矩阵和聚类中心构成基于目标函数聚类算法的三个基本组成部分[197]，其中目标函数表示样本与聚类原型的非相似性，通过目标函数最小化实现模型参数的求解，不同在于隶属度的取值范围。

考虑到 FCM 聚类自身存在的不足，即聚类是一个无监督的学习过程，因此评价其聚类划分质量并确定最佳聚类数是一项困难的任务，这是模糊聚类的有效性检验问题；FCM 的聚类划分结果还可能受到数据分布的影响；此外，FCM 引入了模糊度的概念，其模糊度参数的不同取值对算法性能的影响较大。因此需要确定 FCM 中最优的模糊度参数取值；而且 FCM 易陷入局部极小值，这也会影响其在实际应用中的性能[198]。

本节介绍经典的内核模糊 C-均值（kernel fuzzy C-means，KFCM）[96]聚类算法的相关概念。

1. 聚类的目标函数

设置数据集 $R=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，基于模糊聚类的目标函数定义为[81]

$$O(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V})=\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{c}(u_{ik})^m(d_{ik})^2 \tag{3-5}$$

式中数组 $\boldsymbol{U}=\{u_{ik}\}$ 表示隶属度矩阵，且满足以下条件

$$\begin{cases} u_{ik}\in[0,1] & \forall i,k \\ \sum_{i=1}^{c}u_{ik}=1 & \forall k \end{cases} \tag{3-6}$$

$\mathbf{V}=\{v_i\}_{i=1}^{c}$ 代表聚类原型向量。参数 $m\in(1,\infty)$ 是加权指数，用于确定模糊数的分类。d_{ik} 是数据 x_k 和聚类中心 v_i 之间的距离测度，其定义是

$$(d_{ik})^2=\|x_k-v_i\|_{\mathbf{A}}^2=(x_k-v_i)^{\mathrm{T}}\mathbf{A}(x_k-v_i) \tag{3-7}$$

式中的 $[\mathbf{A}]_{n\times n}$ 是一个对称的正定矩阵。如果 $\mathbf{A}$ 是一个单位矩阵，则距离测度代表欧几里得距离或欧氏距离。

因为 FCM 方法忽略了空间的上下文信息，并且使用了欧氏距离，所以 FCM 方法是不具有鲁棒性能的。因此引入特征空间，研究从输入空间数据集 $R=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 到高维空间数据集 F 的非线性映射关系 Φ，其可以简单地表示为 Φ：$R\rightarrow F$。由于“核方法”的核心思想不需要明确地指定映射关系 Φ，因此，KFCM 的目标函数在特征空间(KFCM-F)[199]中由式(3-8)表示。

$$O(\mathbf{U},\mathbf{V})=\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{c}(u_{ik})^m\|\Phi(x_k)-\Phi(v_i)\|^2 \tag{3-8}$$

目标函数中的内核函数 K 是对称的(即 $K(x_k,x_i)=K(x_i,x_k)$)，且符合 $K(x_k,x_i)=\Phi(x_k)^{\mathrm{T}}\Phi(x_i)$。定义距离测度 $d(x_k,v_i)\triangleq\|\Phi(x_k)-\Phi(v_i)\|$，则特征空间的内核模糊 C-均值聚类算法的目标函数等价于

$$\begin{aligned}O(\mathbf{U},\mathbf{V})&=\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{c}(u_{ik})^m\|\Phi(x_k)-\Phi(v_i)\|^2\\&=\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{c}(u_{ik})^m\{K(x_k,x_k)-2K(x_k,v_i)+K(v_k,v_k)\}\end{aligned} \tag{3-9}$$

2. 隶属度矩阵和聚类原型

对于任意正整数 $i\in\{1,2,\cdots,c\}$，用 u_{ik} 表示模糊隶属度且满足 $\sum_{i=1}^{c}u_{ik}=1$，其中模糊隶属度代表目标之间的相似程度。基于模糊 C-均值的隶属度 u_{ik} 由式(3-10)给定，即

$$u_{ik}=\left(\sum_{j=1}^{c}\left(\frac{\|x_k-v_i\|}{\|x_k-v_j\|}\right)^{\frac{2}{m-1}}\right)^{-1} \tag{3-10}$$

因此，内核模糊 C-均值聚类算法的隶属度 u_{ik} 的定义如下：

$$\begin{aligned}u_{ik}&=\left(\sum_{j=1}^{c}\left(\frac{\|\Phi(x_k)-\Phi(v_i)\|}{\|\Phi(x_k)-\Phi(v_j)\|}\right)^{\frac{2}{m-1}}\right)^{-1}\\&=\left(\sum_{j=1}^{c}\left(\frac{\widetilde{K}(x_k,x_k)-2\widetilde{K}(x_k,v_i)+\widetilde{K}(v_i,v_i)}{\widetilde{K}(x_k,x_k)-2\widetilde{K}(x_k,v_j)+\widetilde{K}(v_j,v_j)}\right)^{\frac{1}{m-1}}\right)^{-1}\end{aligned} \tag{3-11}$$

相应的聚类原型 v_i 也由内核函数表示

$$v_i = \frac{\sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m x_k \widetilde{K}(x_k, v_i)}{\sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m \widetilde{K}(x_k, v_i)} \tag{3-12}$$

式(3-11)和式(3-12)中的 $\widetilde{K}(x_k, v_i)$ 用于表示不同的内核函数。若引入 Gaussian 内核函数，则距离测度可以改写成

$$d(x_k, v_i)^2 = \| \Phi(x_k) - \Phi(v_i) \|^2 = 2(1 - K(x_k, v_i))$$

$$\begin{aligned} O(\boldsymbol{U}, \boldsymbol{V}) &= \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{c} (u_{ik})^m \| \Phi(x_k) - \Phi(v_i) \|^2 \\ &= 2\sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{c} (u_{ik})^m (1 - K(x_k, v_i)) \end{aligned} \tag{3-13}$$

的形式。注意，基于高斯核函数的 KFCM 算法易受到噪声干扰。

3.3 鲁棒的数据分类方法

前面分析的聚类方法中，基于 FCM 的大多数方法需要预先确定聚类的数目、迭代次数和随机初始化隶属度矩阵。尽管上述的参数很难确切地确定，但是它们对结果的影响却很大。张建朋等[200]采用加权和分层的邻近传播（weighted and hierarchical affinity propagation，WAP）实时检测数据流的变化，该方法的鲁棒性能没有得到进一步分析。考虑到这些原因，本章在邻居搜索和内核 FCM 理论的基础上提出了一种鲁棒的数据集分类方法，并分析了其鲁棒性能。

3.3.1 邻居搜索遍历数据集

定义 3.3：相异度矩阵（也称为距离矩阵）[201]描述了 n 个成对对象之间的区别。相异度矩阵是一个 $n \times n$ 维的对称方阵，每个元素用距离 $d(i,j)$ 表示，可以写成 $[d(i,j)]_{n\times n}$ 的形式，满足 $d(i,j) \geqslant 0$，$d(i,i)=0$ 且 $d(i,j)=d(j,i)$。

如果两个对象（如 x_i 和 x_j）之间存在不对称的关系，仅采用单一的标量（例如距离）不足以进一步分析这两个对象之间的相关性。因此，该相异矩阵被引入 NSKFCM 方法中，用于初始化数据。对于给定的数据集 $R=\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$ 由 n 个对象组成，$\max(x)$ 和 $\min(x)$ 分别表示该数据集的最大值和最小值。x_i' 表示 x_i 的归一化对象，其定义是 $x_i' = \dfrac{x_i - \min(x)}{\max(x) - \min(x)}$。该归一化的值体现了 x_i 在最大值和最小值之间的相

对位置。因此，相异度距离由 $d(i,j)=\sqrt{\alpha\,(x'_i-x'_j)^2}$ 给定，其中 α 是正的加权系数。根据以上的分析，相异矩阵的结构是

$$\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix} d(1,1) & d(1,2) & \cdots & d(1,n) \\ d(2,1) & d(2,2) & \cdots & d(2,n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d(n,1) & d(n,2) & \cdots & d(n,n) \end{bmatrix} \tag{3-14}$$

式(3-14)建立了不同对象的相对距离，但对于接下来的聚类分析，所获取的相异矩阵需要归一化。基于不同的距离，雅科比(Jaccard)测量[202,203]用于解释不同对象的相似性。因此，归一化矩阵可以设为

$$\boldsymbol{G}_{i,j}=1-\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{t}\left|x'_i-x'_j\right| \tag{3-15}$$

引入归一化对象的平均距离，可以更好地表达对象的详细信息。其中 $\boldsymbol{G}$ 是一个对称矩阵，每个元素的取值范围在 0 和 1 之间，并且 $\boldsymbol{G}_{i,j}=\boldsymbol{G}_{j,i}$。为了进一步实现数据的分类，根据相似度矩阵的定义，初始数据集 R 可以通过矩阵 $[\boldsymbol{G}]_{n\times n}$ 实现归一化。

定义 3.4：数据集 $R=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，对于任意一个对象 x_i，i 的取值符合 $2\leqslant i\leqslant n-1$，对象 x_{i-1} 和 x_{i+1} 被称为 x_i 的邻居。如果 $i=1$，则 x_1 的邻居是 x_2；如果 $i=n$，则 x_n 的邻居是 x_{n-1}。

定义 3.5：参考文献[204，205]针对数据集 $R=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，设置对象 y 和距离范围 r，如果任意对象 x_i 和对象 y 之间的距离满足条件 $d(x_i,y)\leqslant r$，则称 x_i 是 y 的直接邻居。对象 y 的整个邻居集用 D_y 表示，且 $0\leqslant r\leqslant 1$ 采用 Jaccard 系数。如果两个对象之间是直接邻居，则 r 表示距离的最大值。

图 3-1 表示一个聚类过程的实例，对于给定的数据集被划分为两个聚类，即 $A=\{a,b,c,\cdots\}$ 和 $B=\{f,\cdots\}$。采用邻居搜索方法遍历对象。如果 $d(x,y)\leqslant r$，则对象 x 和 y 是在同一个邻居集中的对象。假设最大距离范围 $r=0.65$，邻居集中邻居间的距离用 $d(a,b)=0.50$、$d(b,c)=0.60$、$d(c,d)=0.63$、$d(d,e)=0.50$ 和 $d(e,f)=0.62$ 表示，对象 b、c、d、e 和 f 将依次并入数据集 $A=\{a,b,c,d,e,f,\cdots\}$。鉴于此，邻居搜索遍历仅依靠距离的大小无法正确实现数据的分类。因此引入了用于控制聚类形状的参数，如定义 3.6 所描述。

定义 3.6：给定的数据集 $A=\{x_1,x_2,\cdots,x_m\}$ 包含 m 个对象，另一个不在数据集中的对象 y 要想融合到数据集 A 中需要满足 $\left(\sum_{i=1}^{m}X_i\right)/m\geqslant\xi$ 条件[205]。如果 $d(x_i,y)\leqslant r$，则此时 $X_i=1$，否则 $X_i=0$。ξ 被称为控制聚类形状参数，满足 $0\leqslant\xi\leqslant 1$。

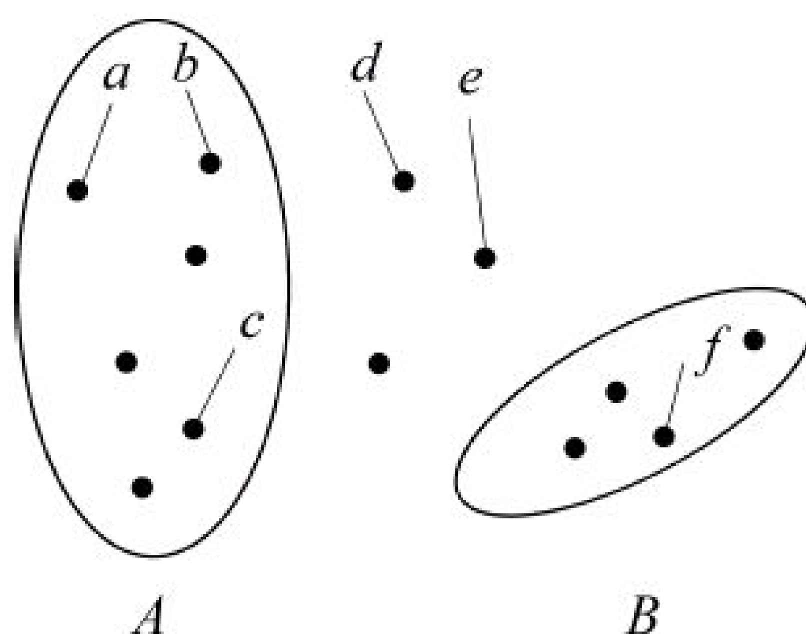


图 3-1 聚类过程实例

根据图 3-1 所示的聚类过程和控制聚类形状参数的定义，对象 a、b 和 c 的邻居集分别标记为 D_a、D_b 和 D_c。对于给定的三个对象，其邻居个数设置为 $m=3$。若要证明另外一个对象 e 能够融入数据集 A，需要符合以下的条件。

（1）如果 $\xi m=1$，则 $\sum_{i=1}^{m} X_i=1$，即满足 $d(a,e)\leqslant r$，或者 $d(b,e)\leqslant r$，或者 $d(c,e)\leqslant r$ 其中之一，因此对象 e 能够融入数据集 A 的条件满足 $e\in(D_a\cup D_b\cup D_c)$。

（2）如果 $\xi m=2$，则 $\sum_{i=1}^{m} X_i=2$，即满足 $d(a,e)\leqslant r\cap d(b,e)\leqslant r$ 或者 $d(b,e)\leqslant r\cap d(c,e)\leqslant r$ 或者 $d(c,e)\leqslant r\cap d(a,e)\leqslant r$ 其中之一。此时对象 e 能够融入数据集 A 的条件满足 $e\in((D_a\cap D_b)\cup(D_b\cap D_c)\cup(D_a\cap D_c))$。

（3）如果 $\xi m=3$，则 $\sum_{i=1}^{m} X_i=3$，即 $d(a,e)\leqslant r$，同时 $d(b,e)\leqslant r$ 且 $d(c,e)\leqslant r$，此时对象 e 能够融入数据集 A 的条件满足 $e\in(D_a\cap D_b\cap D_c)$。

以上分析表明，如果控制聚类形状参数 ξ 的值越大，则该聚类所覆盖的区域越小，因此划分聚类的数目就越多，即可以通过邻居搜索和参数 ξ 确定聚类的数目。

3.3.2 初始化隶属度矩阵和聚类原型

大多数 FCM 聚类算法采用随机初始化隶属度矩阵的方法，导致聚类结果不唯一。NSKFCM 研究了最大峰值方法搜索聚类原型，针对给定的数据集 $R=\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$，初始状态的最大峰值被定义为 $P=\{p_1, p_2, \cdots, p_n\}_{k=2}^{n-1}$，数据集的下标范围取 $k=2, \cdots, n-1$。最大峰值的获取可以总结为以下五个步骤。

步骤 1：通过式子 $p_k=\arg\max_x\{x_{i-1}, x_i, x_{i+1}\}\subseteq P$，$2\leqslant i\leqslant n-1$ 搜索最大峰值，k 表示最大峰值的数目。

步骤 2：计算每个子邻居集中包含数据的和。

$$\sum p_k = \sum_{i=r}^{t} x_i,\quad r = ((p_{k-1} + p_k)/2) + 1,\quad t = (p_k + p_{k+1})/2 \tag{3-16}$$

步骤 3：移出最小峰值。参数 c 是聚类的数目，且 $c \in [1, n]$。如果 $k > c$，则搜索的最大峰值中的最小值将从数据集 P 中移出。此时设置 $k = k - 1$，然后返回步骤 2 继续对每个子邻居集中的数据求和。

步骤 4：确定初始化聚类中心。如果最大峰值个数与聚类数目相等，即 $k = c$，则聚类原型可以写成如下形式：

$$v_i = \frac{1}{t}\sum_{j=1}^{t} x_j,\quad i = 1, 2, \cdots, c \tag{3-17}$$

式(3-17)中变量 t 表示每个聚类原型所包含对象的个数。

步骤 5：根据式(3-10)计算初始化隶属度矩阵，其中每个对象到聚类原型的距离定义为 $d_{ik} \triangleq |x_{ik} - v_i|$。

由上述推导可知，聚类原型向量和隶属度矩阵已经初始化，它们的值是确定的，保证了聚类结果的稳定性。

3.3.3　优化隶属度矩阵和聚类原型

传统的核聚类方法不考虑给变量分配相关性权重[90]。NSKFCM 对每一个变量采用 Gaussian 内核函数，其核函数的定义为

$$K(x_k, v_i) = \exp\left(-\frac{\| x_k - v_i \|^2}{2\sigma^2}\right) \tag{3-18}$$

该方法研究了优化目标函数的准则，可以定义为

$$O = \sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m \varphi^2(x_k, v_i) \tag{3-19}$$

根据相异矩阵，式(3-19)中的 $\varphi^2(x_k, v_i)$ 等价于

$$\varphi^2(x_k, v_i) = \sum_{j=1}^{t} \lambda_q \,\| \phi(x_{kj}) - \phi(v_{ij}) \|^2 \tag{3-20}$$

其中 $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_t\}$ 代表变量数据集，且 $\begin{cases} \lambda_j > 0, & \forall j, \\ \prod_{j=1}^{t} \lambda_j = 1 \end{cases}$。

在自适应的情况下，根据核函数和变量数据集，目标函数被重写为

$$\begin{aligned} O(\mathbf{U}, \mathbf{V}, \lambda) &= \sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m \varphi^2(x_k, v_i) \\ &= \sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m \sum_{j=1}^{t} \lambda_j \,\| \phi(x_{kj}) - \phi(v_{ij}) \|^2 \end{aligned}$$

$$
= \sum_{i=1}^{c} \sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m \sum_{j=1}^{t} \lambda_j (2(1 - K(x_{kj}, v_{ij})))
$$

$$
= \sum_{i=1}^{c} \sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m \sum_{j=1}^{t} \lambda_j \left(2\left(1 - \exp\left(-\frac{\| x_{kj} - v_{ij} \|^2}{2\sigma^2}\right)\right)\right) \tag{3-21}
$$

命题 3.1：对于距离函数(3-20)，如果 $K(\cdot,\cdot)$ 是 Gaussian 核函数，固定 $\boldsymbol{V}$ 和 λ，此时可以通过最小化公式(3-21)中的目标函数 $O(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V},\lambda)$ 求解模糊隶属度，且 $u_{ik}(k=1,2,\cdots,n,\quad i=1,2,\cdots,c)$ 满足 $u_{ik}\in[0,1]\ \forall i,k$ 和 $\sum_{i=1}^{c}u_{ik}=1\ \forall k$。此时，模糊隶属度满足局部最优，即

$$
u_{ik} = \sum_{h=1}^{c} \left(\frac{\sum_{j=1}^{t} \lambda_j \left(1 - \exp\left(-\frac{\| x_{kj} - v_{hj} \|^2}{2\sigma^2}\right)\right)}{\sum_{j=1}^{t} \lambda_j \left(1 - \exp\left(-\frac{\| x_{kj} - v_{ij} \|^2}{2\sigma^2}\right)\right)} \right)^{1/(m-1)} \tag{3-22}
$$

证明：该命题的证明在附录 A-1 中给出。

命题 3.2：对于距离函数(3-20)，若 $K(\cdot,\cdot)$ 采用 Gaussian 核函数，固定 $\boldsymbol{U}$ 和 λ，此时求解聚类原型 $v_{ij}(i=1,2,\cdots,c,\ j=1,2,\cdots,t)$，可以通过最小化目标函数 $O(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V},\lambda)$ 的方法由式(3-21)获得。聚类原型通过以下表达式优化。

$$
v_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m \sum_{j=1}^{t} \lambda_j \left(\exp\left(-\frac{\| x_{kj} - v_{ij} \|^2}{2\sigma^2}\right)\right) x_{kj}}{\sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m \sum_{j=1}^{t} \lambda_j \left(\exp\left(-\frac{\| x_{kj} - v_{ij} \|^2}{2\sigma^2}\right)\right)} \tag{3-23}
$$

证明：附录 A-2 给出了该命题的详细证明。

NSKFCM 基于自适应的距离测度，用于确定变量的权重。固定模糊隶属度矩阵 $\boldsymbol{U}$ 和聚类原型向量 $\boldsymbol{V}$，通过最小化目标函数能够求解权重变量 λ。

命题 3.3：若自适应的距离函数由式(3-20)定义，权重变量 $\lambda=(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_t)$ 满足 $\lambda_j>0\ \forall j$ 且 $\prod_{j=1}^{t}\lambda_j=1$，由最小化的目标函数(3-21)得到 $\lambda_j(j=1,2,\cdots,t)$，根据下面的表达式更新得到

$$
\lambda_j = \frac{\left(\prod_{h=1}^{t} \left(\sum_{i=1}^{c} \sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m \left(1 - \exp\left(-\frac{\| x_{kj} - v_{hj} \|^2}{2\sigma^2}\right)\right)\right)\right)^{\frac{1}{t}}}{\sum_{i=1}^{c} \sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m \left(1 - \exp\left(-\frac{\| x_{kj} - v_{ij} \|^2}{2\sigma^2}\right)\right)} \tag{3-24}
$$

证明：该命题的证明在附录 A-3 中给出。

注释 3.1：NSKFCM 方法会收敛到局部最小值或一个鞍点。考虑到模糊 C-均值的收敛性理论[206]，邻居对象之间的目标函数(3-21)，根据命题 3.1、3.2 和 3.3 分别由

式(3-22)、(3-23)和(3-24)获得，其关系满足以下形式：

$$O(\boldsymbol{U}^q,\boldsymbol{V}^q,\lambda^q)\geqslant O(\boldsymbol{U}^{q+1},\boldsymbol{V}^q,\lambda^q)\geqslant O(\boldsymbol{U}^{q+1},\boldsymbol{V}^{q+1},\lambda^q)$$
$$\geqslant O(\boldsymbol{U}^{q+1},\boldsymbol{V}^{q+1},\lambda^{q+1}) \tag{3-25}$$

这一结论表明有界的目标函数 $O(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V},\lambda)$ 在迭代过程中是一个递减函数，即 NSKFCM 将最终收敛到局部最小点或鞍点。

3.3.4　鲁棒性能估计

一个性能好的聚类算法对于抵抗不确定异常外源噪声的干扰应具有鲁棒性[103,104]。由于 NSKFCM 方法的目标函数可能有几个局部最优值，这就需要建立鲁棒性估计以评价关键参数的影响。本节采用基本的鲁棒估计器，即 M-估计器，实现目标函数的优化[207]。

给定一个随机数据集 $R=\{x_i,i=1,2,\cdots,n\}$，使用 M-估计，估计参数 θ 为

$$\hat{\theta}=\frac{\sum_{i=1}^{n}w(d_i)x_i}{\sum_{i=1}^{n}w(d_i)} \tag{3-26}$$

其中参数的定义为 $d_i=d(x_i,\theta)$、$w(d_i)=F(\theta)/\theta$ 且 $F(\theta)=\mathrm{d}\rho(\theta)/\mathrm{d}\theta$。

鲁棒估计器可以通过设计一个合适的函数 $\rho(\theta)$ 构造，进行评估参数不确定性的影响。M-估计表明影响函数(influence function，IF)的局部优化[82]采用以下形式：

$$IF(x,F,\theta)=\frac{\varphi(x-\theta)}{\int\varphi'(x-\theta)\mathrm{d}F_X(x)} \tag{3-27}$$

其中 $F_X(x)$ 表示 X 的分布函数。影响函数是分析鲁棒性的重要措施，如果估计值是有界的，则参数的不确定性具有鲁棒性。

基于式(3-22)、式(3-23)和式(3-24)，所采用的 Gaussian 内核含有统一的形式(即 $(x_{kj}-v_{ij})$)。因此，针对 NSKFCM 方法，这种统一的形式可以用一个任意的不确定函数 $F(\theta)$ 定义，即

$$F(\theta)=\sum_{i=1}^{n}\rho(x_i-\theta) \tag{3-28}$$

基于 M-估计[208]，依据 $F(\theta)$ 对 θ 的微分方程可以获得以下的统一表达形式

$$\frac{\partial F(\theta)}{\partial\theta}=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial}{\partial\theta}\rho(x_i-\theta)=\sum_{i=1}^{n}\varphi(x_i-\theta) \tag{3-29}$$

由于高斯内核包含的统一形式在式(3-28)中已经给出，设计 $\rho(x-\theta)=$

$\lambda(1-K(x,\theta))=\lambda(1-K(x-\theta))$，得到 M-估计

$$\varphi(x-\theta)=\frac{\partial}{\partial\theta}\lambda(1-K(x,\theta))$$
$$=\frac{\partial}{\partial\theta}\lambda\left(1-\exp\left(-\frac{\|x-\theta\|^2}{2\sigma^2}\right)\right)$$
$$=-\frac{\lambda(x-\theta)}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{\|x-\theta\|^2}{2\sigma^2}\right) \tag{3-30}$$

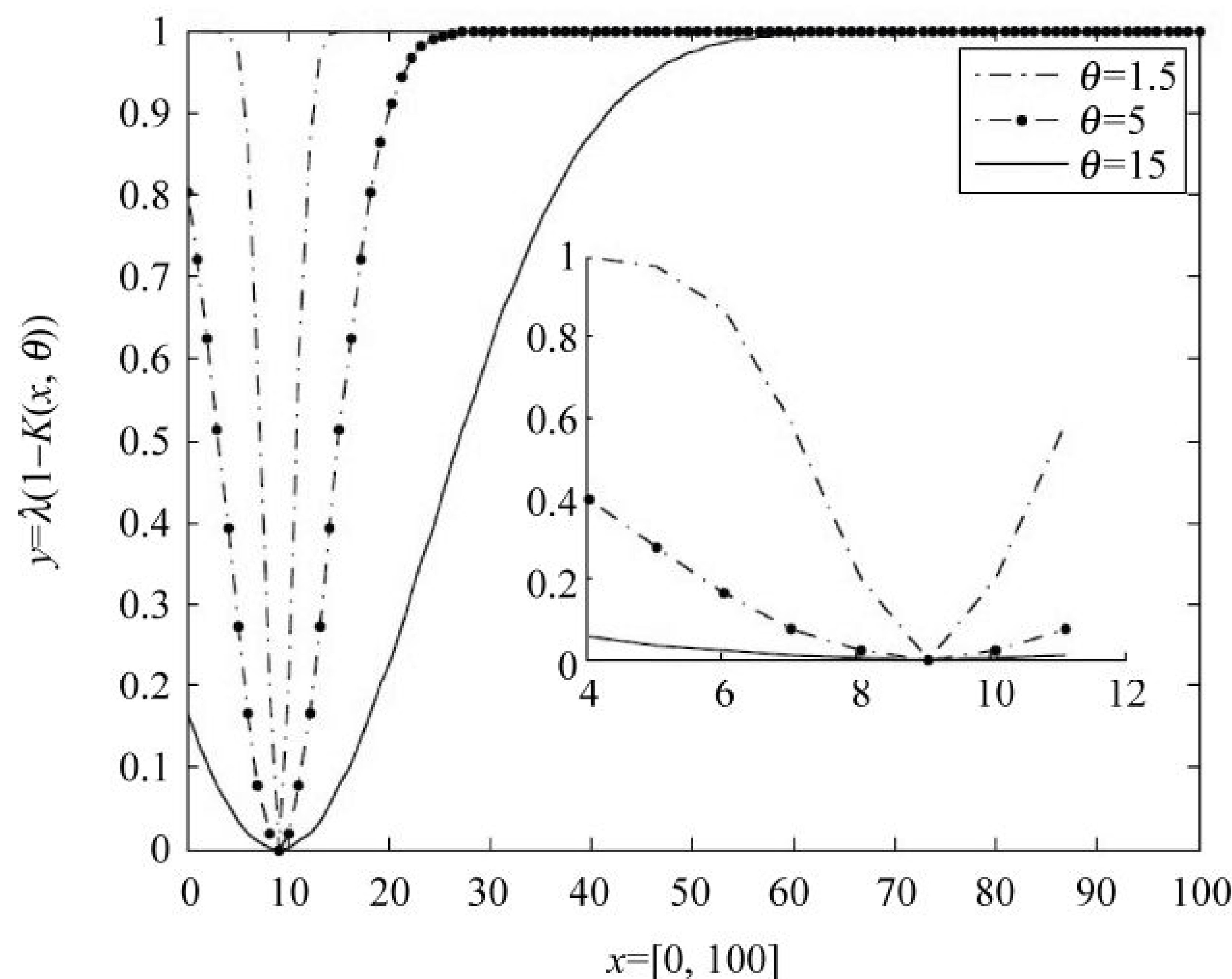
接下来，运用洛必达法则(L'Hospital's rule)，得到的有界值为

$$\lim_{x\to\infty}\varphi(x-\theta)=\lim_{x\to-\infty}\varphi(x-\theta)=0 \tag{3-31}$$

因此，在式(3-30)中的函数形式 $\varphi(x-\theta)$ 是有界的，且是连续的。这证明了所设计的 M-估计的影响函数是有界的，并且是连续的，进而证明了算法对抵抗其参数不确定性具有鲁棒的性能。

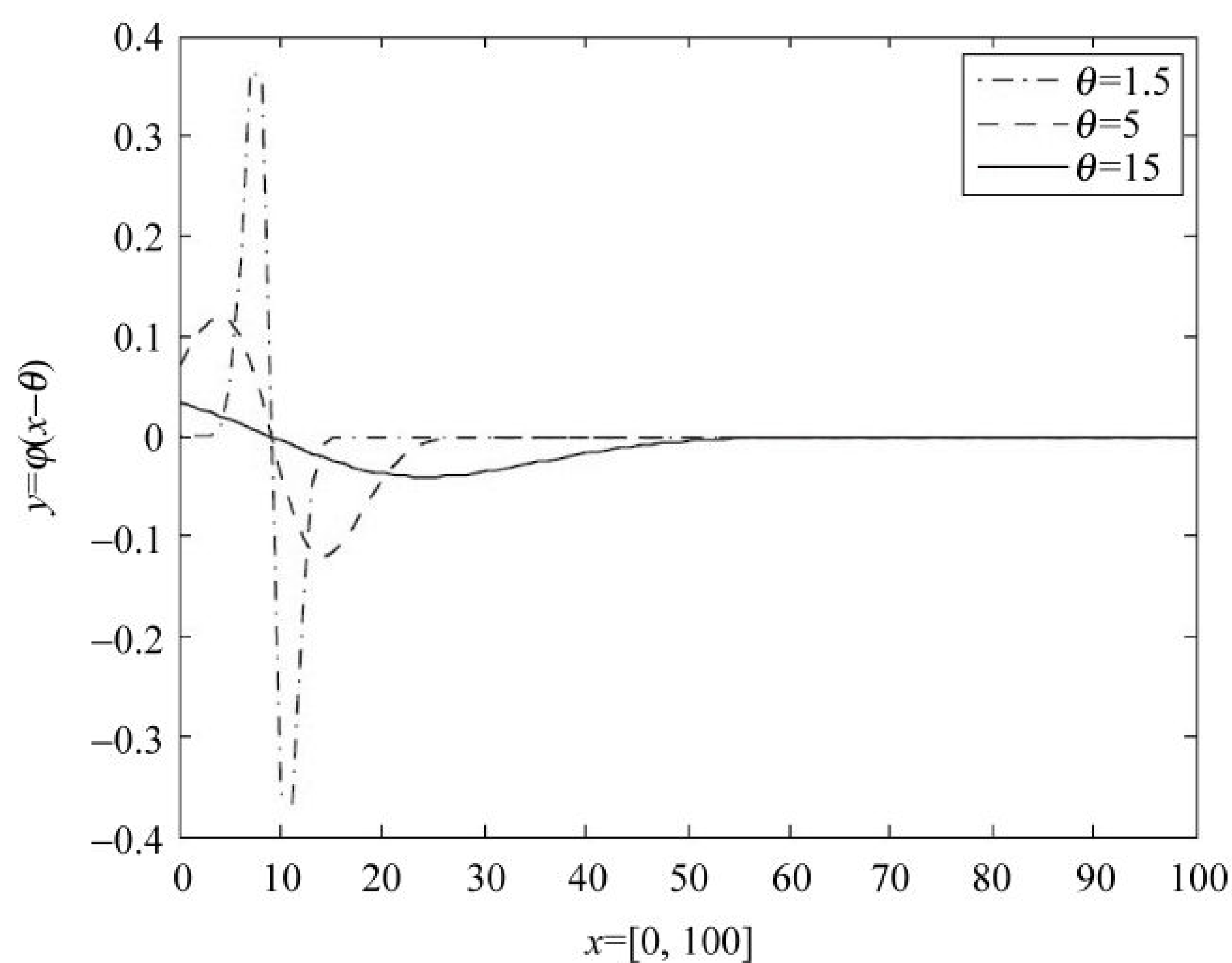
为了定性评价所提出方法在抵抗参数不确定性方面的鲁棒性能，通过以下的数值例子分析 $\rho(x-\theta)$ 的影响。

原型函数 $y=\lambda(1-K(x-\theta))$ 和 M-估计 $y=-\frac{\lambda(x-\theta)}{\sigma^2}K$ 的计算结果分别如图 3-2(a)和图 3-2(b)所示。图 3-2(a)显示了 $\rho(x-\theta)$ 的最大值存在且有界；图 3-2(b)显示了参数 θ 由于极限趋近于 0，即 $\lim_{x\to\infty}\varphi(x-\theta)=0$，而呈现平稳的波动变化，可以得到其演化曲线收敛到 0 点。从式(3-22)、式(3-23)和式(3-24)能够得出结论：本节所提出的方法反映了对抑制 u_{ij}、v_{ij} 和 λ_j 的参数不确定性的鲁棒性能优越。



(a) 原型函数$y=(\lambda(1-K(x-\theta))$

图 3-2 收敛效果分析



(b) M-估计$y=-(\lambda(x-\theta)/\sigma^2)K$

图 3-2（续）

3.3.5　算法执行步骤

基于邻居搜索和内核模糊 C-均值的鲁棒性的数据集分类方法按算法 3-1 步骤执行其计算过程。

算法 3-1　NSKFCM 方法的执行步骤

输入：距离 r 和控制聚类形状参数 ξ；内核方法参数 σ；终止阈值 ε 和模糊加权指数 m。
步骤 1：通过设置的参数 r 和 ξ，采用邻居搜索方法确定聚类的数目。
步骤 2：对于第 i 个聚类数据集，依据式(3-10)、式(3-17)以及聚类的数目，分别初始化 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$。
步骤 3：设置带宽参数 σ 以及模糊加权指数 m，且满足 $0<\varepsilon\ll 1$。
步骤 4：依据式(3-22)更新隶属度矩阵 $\boldsymbol{U}$。
步骤 5：依据式(3-23)更新聚类原型向量 $\boldsymbol{V}$。
步骤 6：依据式(3-24)更新自适应的权重变量 λ。
步骤 7：确定终止条件。直到满足条件 $\|O^{\text{iter}+1}-O^{\text{iter}}\|\leqslant\varepsilon$，终止迭代，得到聚类的最终结果，输出模糊隶属度矩阵 $\boldsymbol{U}$ 和聚类原型向量 $\boldsymbol{V}$。否则，设置迭代次数 $\text{iter}=\text{iter}+1$，返回到步骤 4 重新计算参数。
输出：模糊隶属度矩阵 $\boldsymbol{U}$、聚类原型向量 $\boldsymbol{V}$ 和目标函数值 $O(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V},\lambda)$。

3.4　实验验证

实验部分将描述数据集分类方法实现 MEMS 中的加速度计数据集，以及复杂图像数据集的分类方法。

3.4.1　实验一：MEMS加速度计数据集

MEMS加速度计是一种测量加速度值的传感器，它是一个ARM Cortex-M3微控制器，自顶向下看，其可测的方向如图3-3所示。数据由MEMS加速度计获取，且数据集包括X、Y、Z方向的三个矩阵。

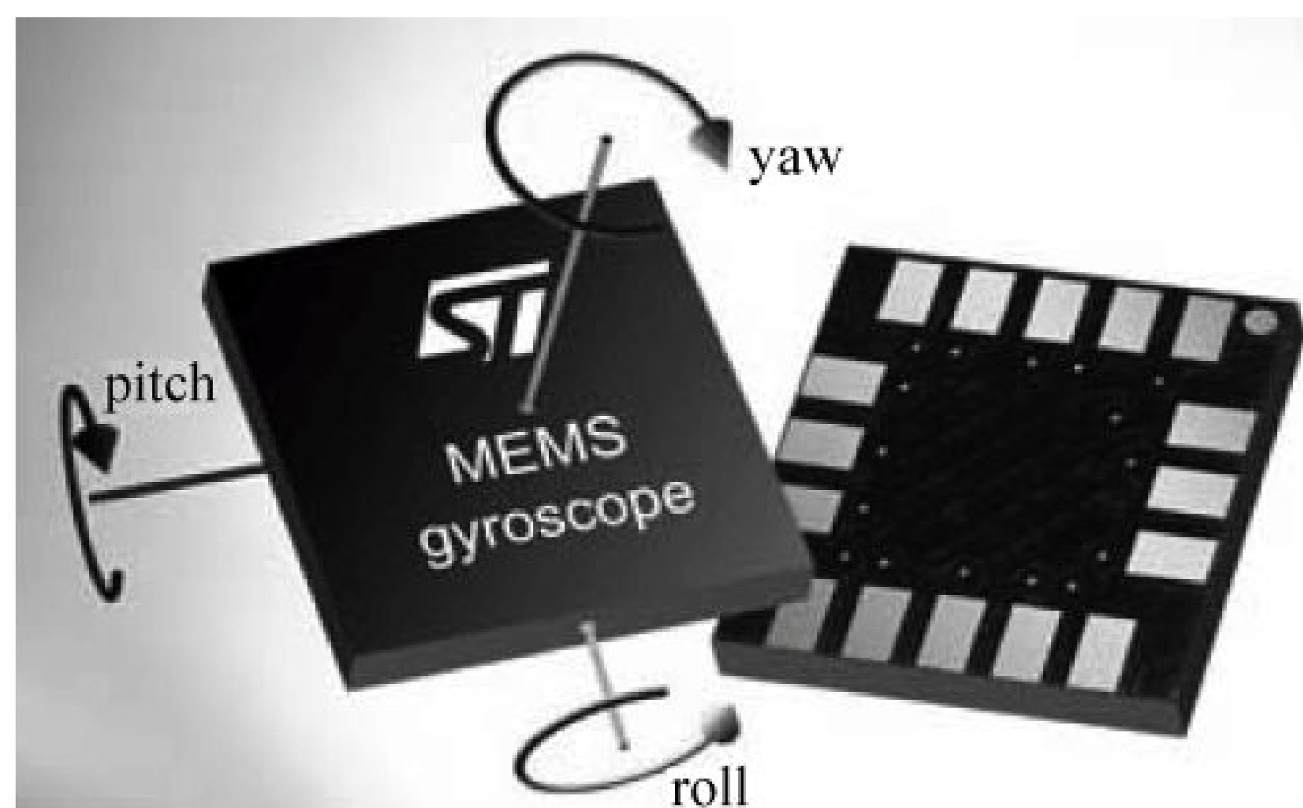


图3-3　加速度计的可测方向

图3-4绘制了加速度计测量得到的在其中一个方向上的动态变化效果，水平轴表示运动时间，垂直轴表示加速度值。数据信息由大量的实验获取，实验中加速度的采样时间为5min，运动方向包括横向、纵向和上下方向。

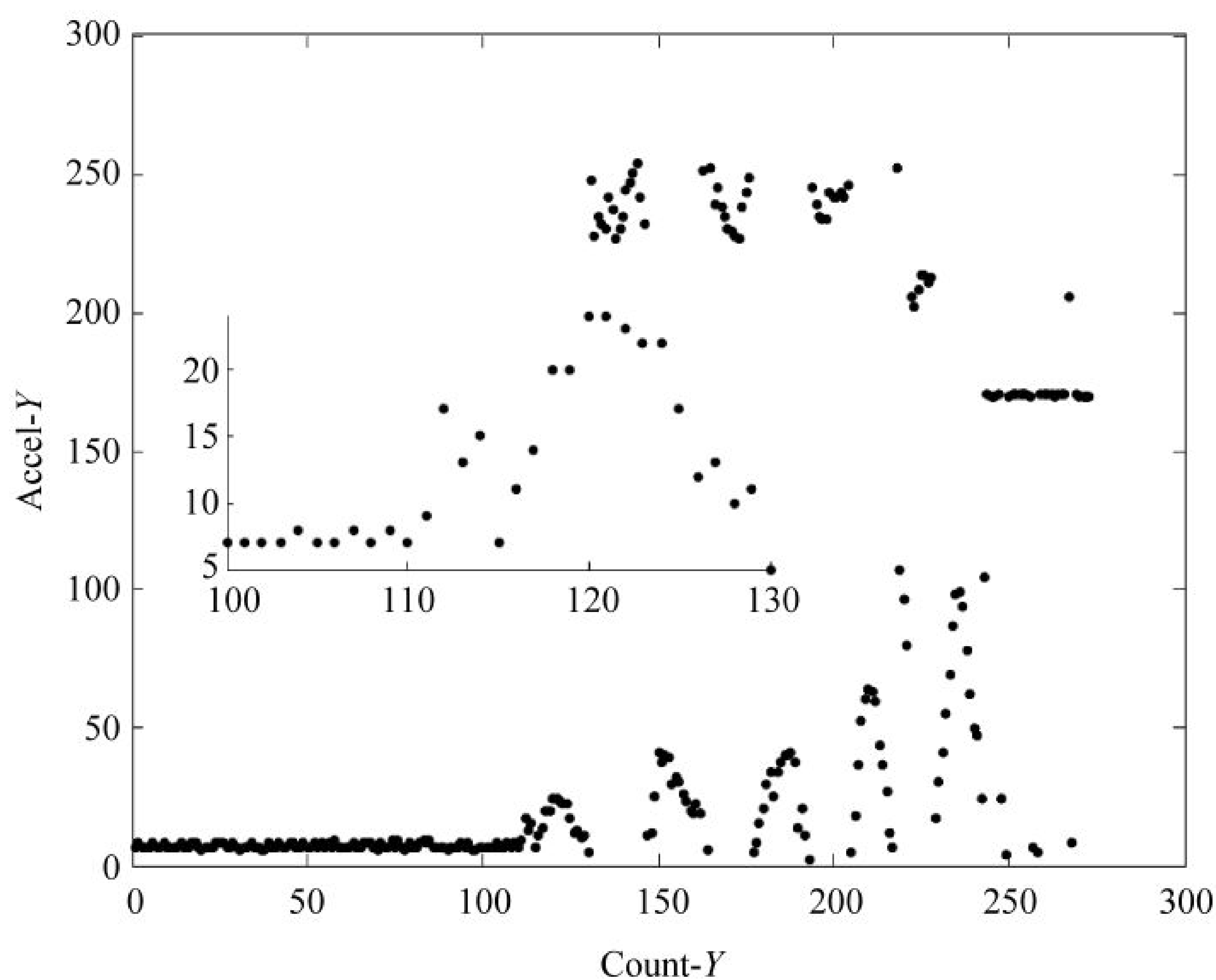


图3-4　加速度计在Y轴方向的数据移动结果

NSKFCM方法能够解决如何实现含有噪声和错误值的数据集进行分类。实验

一对提出的 NSKFCM 方法与其他文献中的方法进行了比较，包括 AFCM[82]、EnFCM[85]、KFCM[96]、FKFCM[97]和 FLICM[91]方法。

实验中参数的选取根据大量的实验验证，通常设置加权指数 $m=2$，数据集分类终止目标阈值 $\varepsilon=1\times10^{-5}$，带宽参数 $\sigma=15$，最大迭代次数 iter=200，聚类的数目 cluster_num=4。此外，NSKFCM 方法需要考虑关键值 r 和 ξ，它们被设置成不同的值，其聚类数目是不同的。数值验证结果如图 3-5(a)至图 3-5(h)所示。

通过对六种分类方法的实验结果进行比较，其分类效果反映在以下几个方面。

(1) AFCM 采用一种新的距离度量，在迭代过程中其值小于 1。但结果是数据集被划分为一类，因此，它不能很好地实现数据集分类。

(2) EnFCM 是有效的，其中涉及一种偏置的解决方案，即通过向分段均匀的数值设置标签的方法进行分类。由于分类结果根据标签间隔被分段划分，该算法没有很好地区别加速度数据集的动态行为。

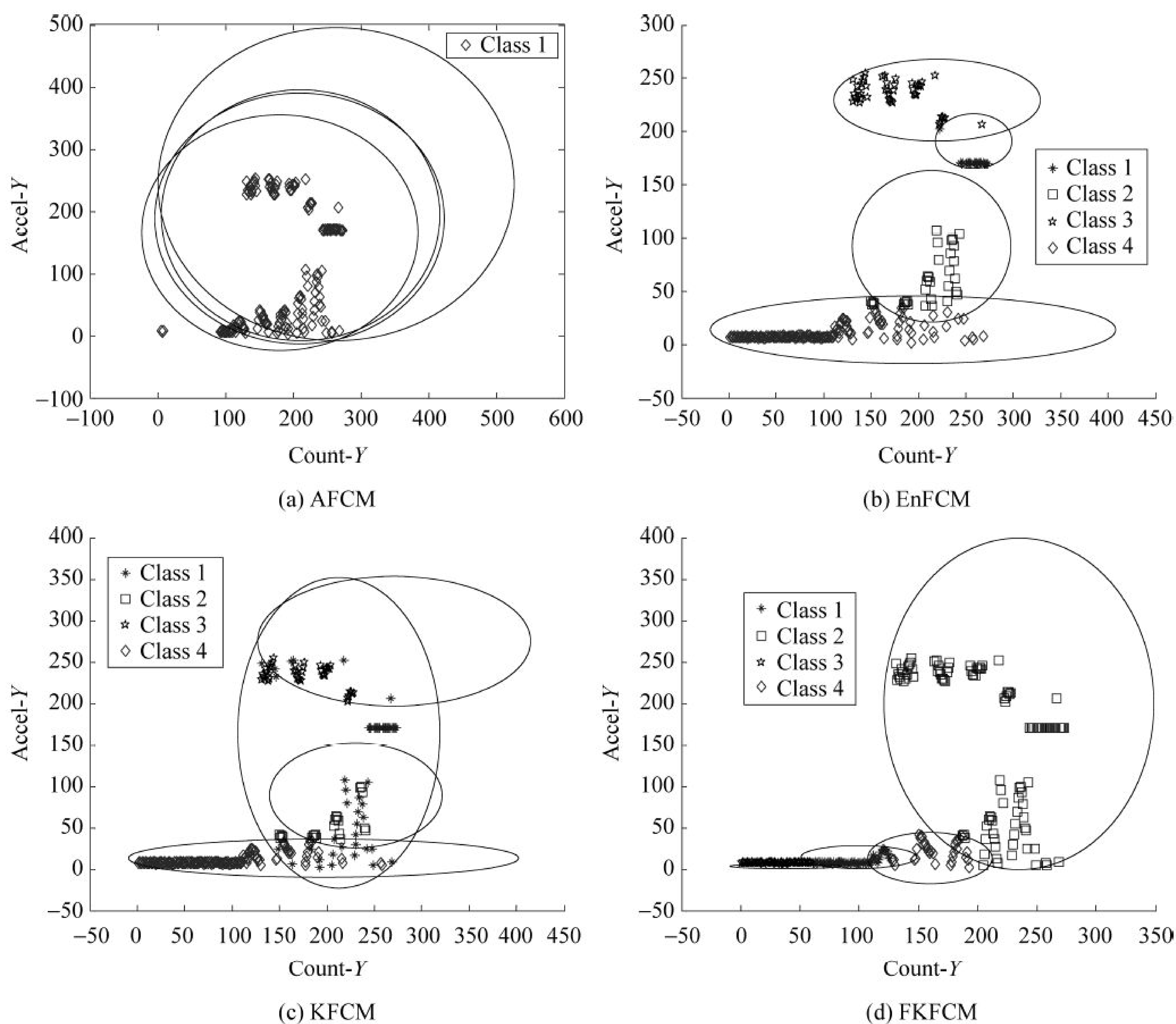
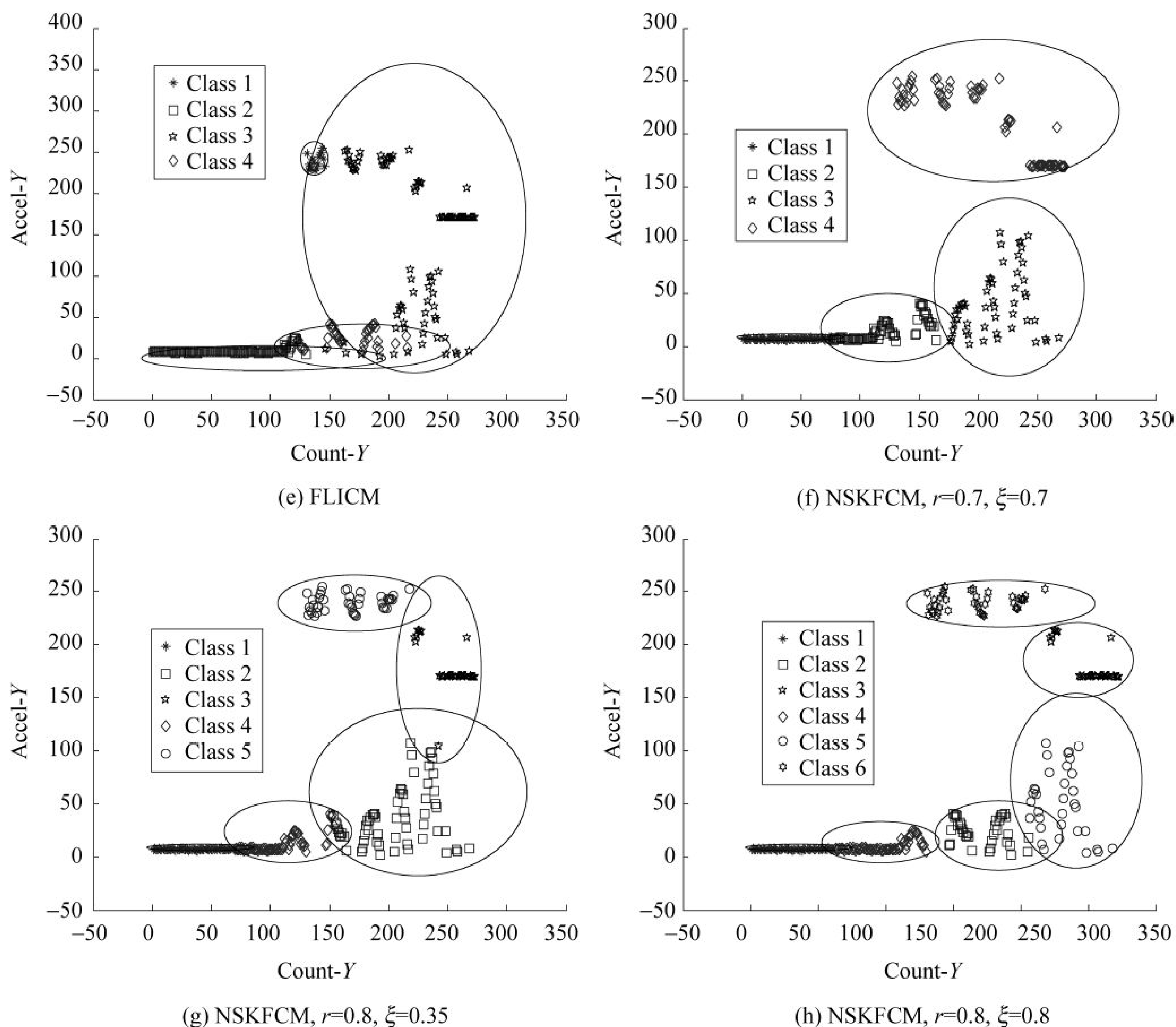


图 3-5　每种方法的数据分类结果对比



(e) FLICM

(f) NSKFCM, r=0.7, ξ=0.7

(g) NSKFCM, r=0.8, ξ=0.35

(h) NSKFCM, r=0.8, ξ=0.8

图 3-5（续）

(3) 基于距离度量的 KFCM 方法采用空间数据的核函数，使聚类结果具有空间对称性。如图 3-5(c)所示，在划分含有噪声和异常值的数据集时，这些数据通过 $a(i,j)=a(j,i)$体现出来。

(4) FKFCM 方法的主要特征是对于相邻的数据，其内核函数被分配更大的权重。然而，该方法的聚类数目需要根据先验值判断。

(5) FLICM 采用设置窗口大小的方法减少迭代次数，但是这些窗口信息把噪声放大了，因此其数据分类结果不明显。

(6) NSKFCM 方法设置了三组参数，给定不同的距离参数 r 和控制聚类形状参数 ξ，数据集可以分为不同的类。如图 3-5(f)至图 3-5(h)所示，其聚类划分结果是准确的。MEMS 加速度计数据集能够自动判断聚类的数目，并且可以在不同的时间准确地分类加速度数据集的动态行为。

为了分析方法的鲁棒性能，最优性能指标（optimal effectiveness indicators，OEI）被提出。OEI 表示正确分类数据的总和的均值，其值越大，说明分类效果越精准。

$$\mathrm{OEI}=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{c}(u_{ik})^{2} \tag{3-32}$$

表 3-1 对比了最优性能指标的值，通过 MEMS 加速度计数据集，验证数据集分类的准确性。通过对比表 3-1 得到的最优性能指标，表明 NSKFCM 方法优于其他算法，而且在时间消耗和迭代次数方面也有较好的效果。这说明本章提出的 NSKFCM 方法在数据集分类方面具有最优的性能指标。

表 3-1　面向 MEMS 数据集的分类方法性能指标的结果比较

方法	OEI	迭代次数	消耗总时间/s
AFCM	0.16	51	0.13
EnFCM	0.47	56	0.30
KFCM	0.90	132	1.54
FKFCM	0.52	80	0.88
FLICM	0.33	9	0.39
BFSKFCM（4 类）	0.80	33	0.73
BFSKFCM（5 类）	0.77	47	0.53
BFSKFCM（6 类）	0.76	42	0.81

3.4.2　实验二：复杂图像数据集

数据集分类方法适用于 CPS 领域，同样地，在计算机视觉领域，加速度计从 X 轴和 Y 轴测量得到的二维的数据集类似于二维的图像信息。因此，这些数据集的分类结果可被视为分类的图像分割。在接下来的实验中，应用四种方法对三幅信息复杂的图像进行信息分类，即图像分割。

第一幅自然景观图像包括高山和白云，图像大小是 304 像素×208 像素。当聚类数目设置为 4 时，采用 EnFCM、KFCM 和 FLICM 数据分类方法，其分割结果分别如图 3-6(b)至图 3-6(d)所示。图 3-6(e)和图 3-6(f)演示了 NSKFCM 分类的效果，当聚类参数分别设置为 $r=0.5$、$\xi=0.4$ 和 $r=0.5$、$\xi=0.7$ 时，其划分的聚类数目分别是 2 类和 4 类。图 3-6 的图像分割结果表明，该方法具有较好的鲁棒性，且能够保持清晰的图像边缘和更多的图像细节。

图 3-7(a)是原始景观图像，包括白云、平原和森林等信息，图像大小是 308 像素×

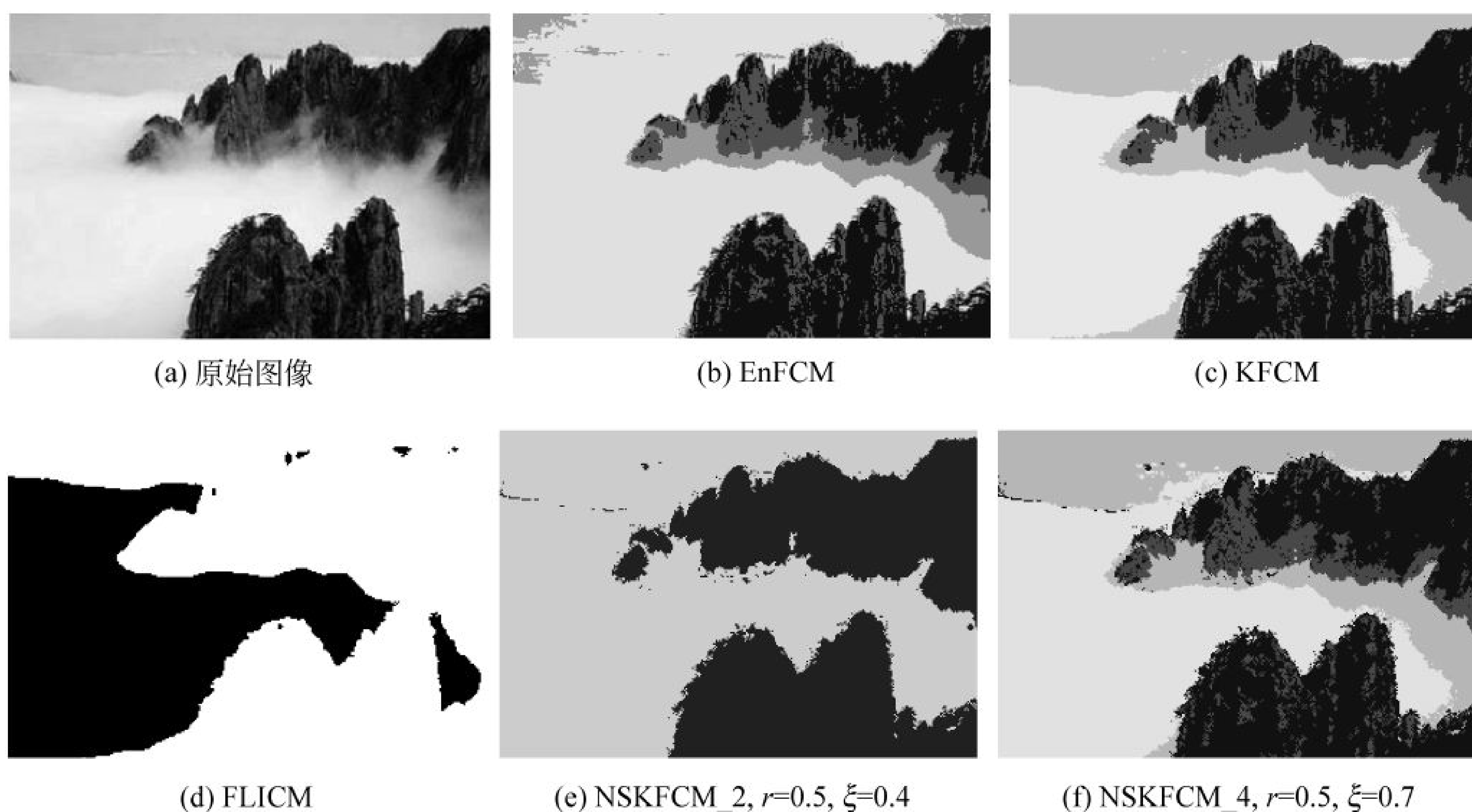


图 3-6 原始图像包含高山和白云景观的图像分割结果

200 像素。图 3-7(b)至图 3-7(d)展示了聚类数目定义为 4 的聚类分割结果。针对 NSKFCM 方法，当聚类参数分别取 $r=0.6$、$\xi=0.3$ 和 $r=0.6$、$\xi=0.7$ 时，其聚类数目分别划分成为 3 类和 7 类。图 3-7(e)和图 3-7(f)所示的实验结果表明，NSKFCM 能够抵抗噪声的干扰，同时保留了重要的图像细节并获得优越的性能。特别地，所提出的方法对于复杂的图像纹理类型能够较好地识别。

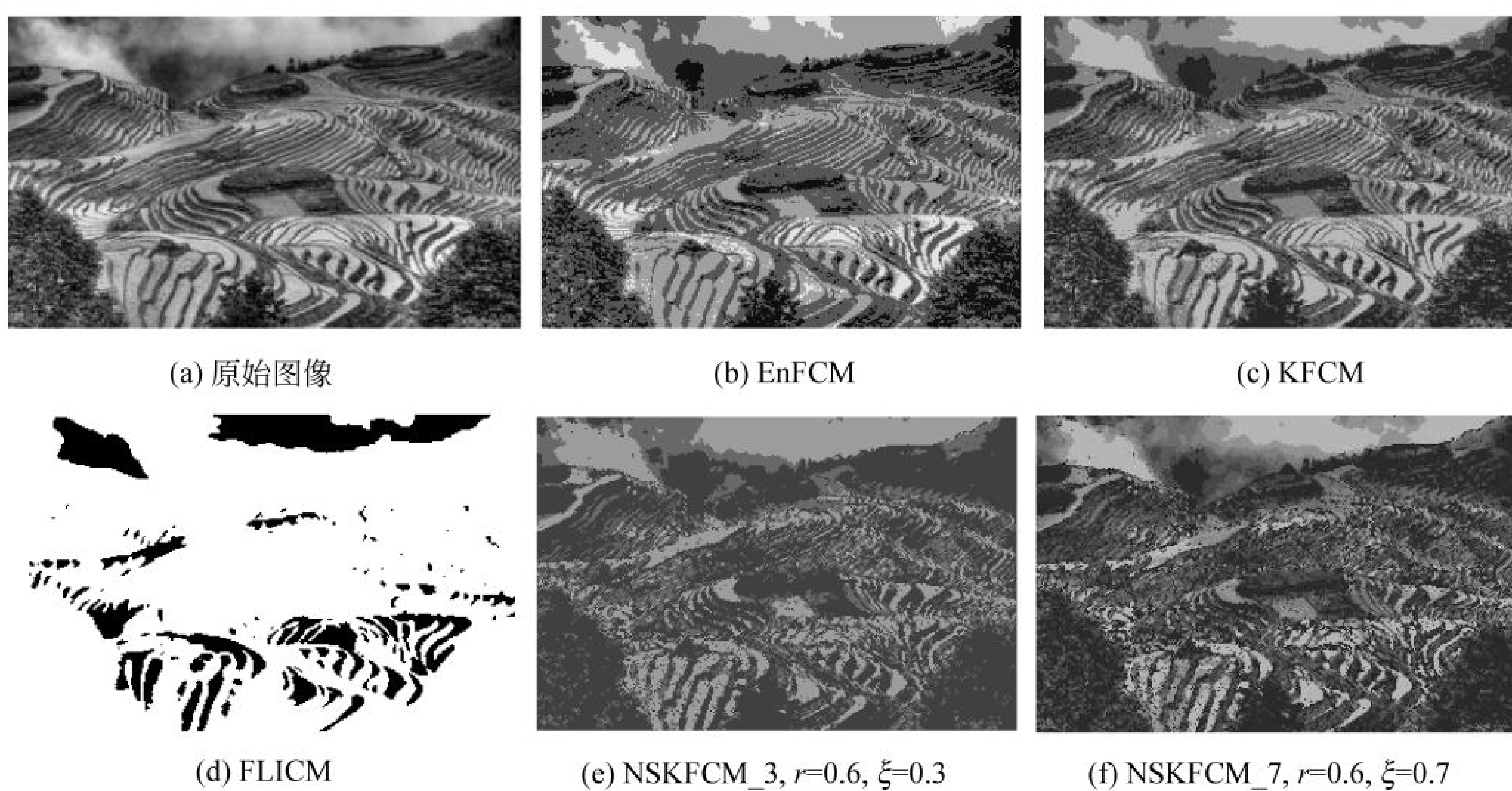


图 3-7 原始图像包含白云、平原和森林景观的图像分割结果

最后，图 3-8(a)至图 3-8(f)验证了原始图像包含白云、高山、平原和树的图像数据集的分割结果，其图像大小为 308 像素×207 像素。图 3-8(b)至图 3-8(d)分别是 EnFCM、KFCM 和 FLICM 数据分类方法的结果。修改聚类参数 $\xi=0.5$ 和 $\xi=0.9$，且 $r=0.6$ 保持不变，其数据集分别被划分为 4 类和 7 类，图像分割结果如图 3-8(e)至图 3-8(f)所示。

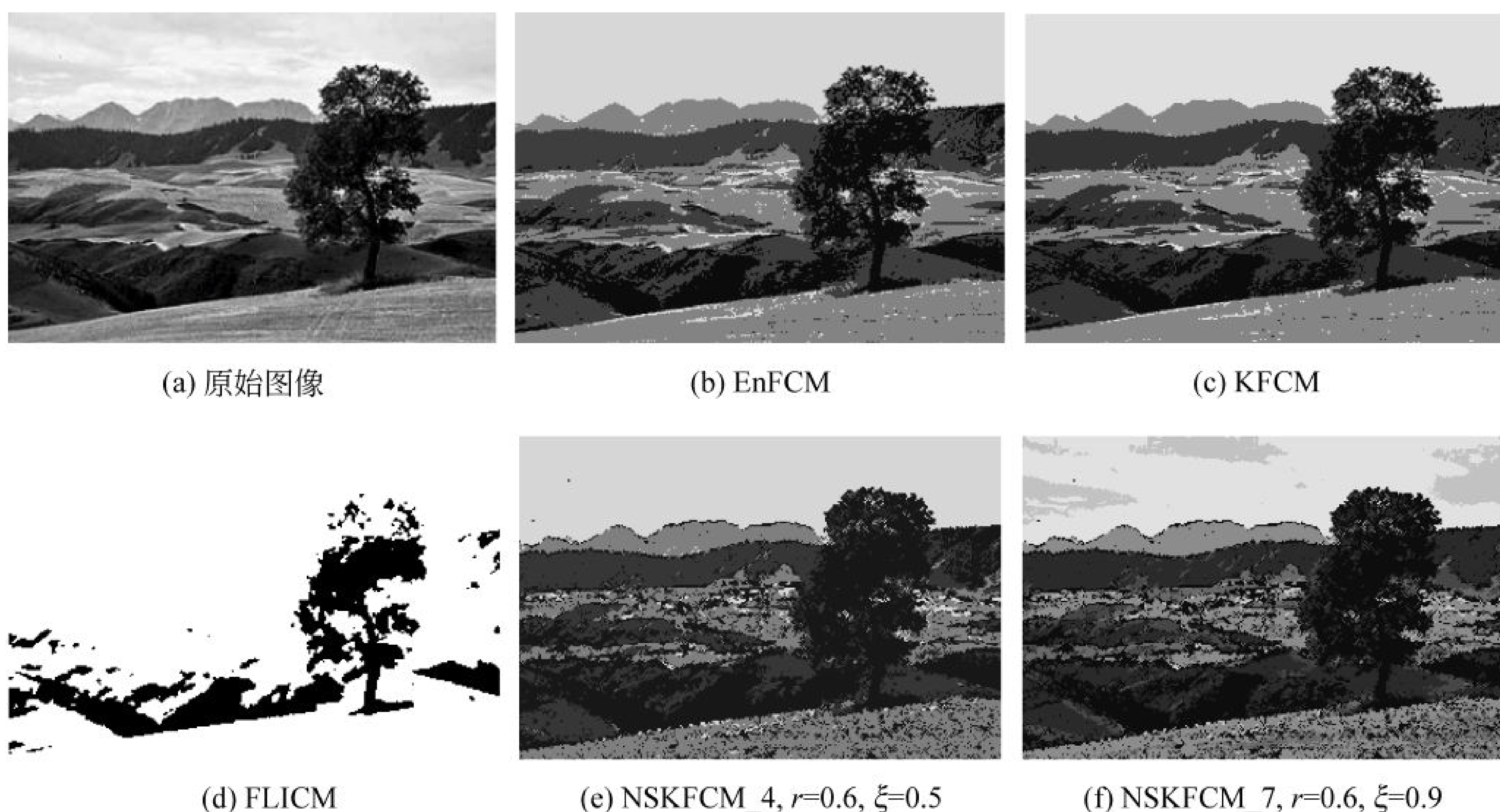


图 3-8　原始图像包含白云、高山、平原和树木景观的图像分割结果

为了评价所对比的四种方法并进一步分析其鲁棒性，一些性能指标被用于验证算法的性能。以下介绍重建速率(reconstruction rate, RR)、均值最大隶属度(average max membership, AMM)、图像分割质量(quality of the image segmentation, QIS)、隶属度的均值方差(average of membership variance, AMV)以及隶属度的最大值与当前值之差的平均值(average of the membership difference, AMD)等指标。

重建速率(RR)用于定义图像重建的指标，其定义为

$$\mathrm{RR}(I)=\frac{1}{\text{size}}\times\sum_{i=1}^{\text{row}}\sum_{j}^{\text{column}}\left(\frac{\sum_{k=1}^{c}(u_{ijk})^m\times v_k}{\sum_{k=1}^{c}(u_{ijk})^m}-I_{ij}\right)^2 \tag{3-33}$$

$$i=1,\cdots,\text{row},\quad j=1,\cdots,\text{column},\quad \text{size}=\text{row}\times\text{column}$$

均值最大隶属度(AMM)表示为

$$\mathrm{AMM}(I)=\frac{1}{\text{size}}\max(u_k) \tag{3-34}$$

图像分割质量(QIS)的描述

$$\mathrm{QIS}(I)=\frac{1}{\mathrm{size}}\sum_{i=1}^{\mathrm{row}}\sum_{j=1}^{\mathrm{column}}\sqrt{\frac{k}{\mathrm{count}(I_k)}}(v_k-I_{ij})^2 \tag{3-35}$$

隶属度的均值方差(AMV)通过下式计算

$$\mathrm{AMV}(I)=\frac{1}{\mathrm{size}}\sum_{k=1}^{c}\sum_{i=1}^{\mathrm{row}}\sum_{j=1}^{\mathrm{column}}(u_{ijk})^2 \tag{3-36}$$

隶属度的最大值和当前值之差的平均值(AMD)定义如下

$$\mathrm{AMD}(I)=\frac{1}{\mathrm{size}}\sum_{k=1}^{c}\sum_{i=1}^{\mathrm{row}}\sum_{j=1}^{\mathrm{column}}(\max(u_k)-u_{ijk}) \tag{3-37}$$

表 3-2 通过四种数据分类方法对比了以上几种性能指标参数,通过三幅图像作为数据集定量的比较图像分割的准确性指标。通过性能参数表明,NSKFCM 采用含有相异度矩阵的邻居搜索方法遍历数据集,并且利用具有自适应距离的内核函数更新其可变的加权系数。该鲁棒的数据分类方法不需要预设聚类数目,其值由距离参数 r 和控制聚类形状参数 ξ 决定。此外,核函数应用在高维特征空间的非线性数据转换,它增加了变换空间内线性分割的概率。为了保证分类方法的稳定性和一致性,最大峰值

表 3-2 四种方法对三幅图像的性能指标结果对比

方法		RR	AMM	QIS	AMC	AMD	计算时间/s
初始图像1	EnFCM	163.25	0.90	4.85	0.86	2.61	0.10
	KFCM	115.63	0.93	3.60	0.89	2.70	55.51
	FLICM	30 339.61	0.87	447.00	0.80	2.49	58.21
	NSKFCM_2	1290.70	0.92	8.53	0.92	0.83	2.89
	NSKFCM_4	1009.29	0.85	10.87	0.83	2.39	1.78
初始图像2	EnFCM	173.55	0.87	5.61	0.81	2.47	0.13
	KFCM	135.94	0.88	3.248	0.82	2.51	42.69
	FLICM	14 922.63	0.67	252.97	0.54	1.69	27.87
	NSKFCM_3	1098.10	0.68	11.91	0.66	1.03	12.94
	NSKFCM_7	940.72	0.58	24.74	0.55	3.04	4.24
初始图像3	EnFCM	168.05	0.91	4.57	0.87	2.64	0.12
	KFCM	147.36	0.92	3.90	0.88	2.67	43.51
	FLICM	25 069.29	0.83	377.64	0.75	2.32	44.72
	NSKFCM_4	1186.40	0.75	22.85	0.73	2.01	1.75
	NSKFCM_7	1182.94	0.70	39.63	0.64	3.91	1.49

法用于初始化隶属度矩阵和聚类原型。在数据分类方面，NSKFCM 方法比其他方法拥有更加优越的性能，如更少的迭代次数以及较少的时间消耗，带来了更高的执行效率，分类划分结果也具有较高的精度。

3.5　本章小结

借助邻居搜索和内核模糊 C-均值算法，本章研究了一种新的鲁棒数据集分类，用于准确分类 CPS 中的复杂数据集。提出的方法与当前文献中的方法进行了对比，结果显示，在复杂数据集分类中，该方法具有更好的自适应性和鲁棒性。作为理论结果，NSKFCM 方法可以提高加速度数据集的动态行为和减少参数不确定性的影响。在数值验证部分，复杂的二维图像诱导的数据集被用于数据集分类，实验结果表明提出的方法能够有效地划分图像边缘和纹理细节信息。后续将进一步提高加速度计以及高维度数据集分类，提高空间点和图像的三维分割的精度，进而更好地将测量的信息应用于分布式系统的信息融合。

第4章 不确定网络化系统的分布式加权融合估计

4.1 引言

第2章介绍了分布式网络化系统通过视觉传感器获取的图像信息，在经过分析和处理后能够分割得到有效的特征信息；第3章阐述了自适应的、鲁棒的数据集分类方法，提高空间点和图像的分割精度。识别后的图像信息转换成需要定位的空间信号的测量信息。根据识别信息的位置、姿态可以建立用于定位的系统状态模型和测量模型。分布式网络化系统中传感器节点将测量得到的信息通过网络传输给信息接收端，各子系统间要实现信息的交互，进而实现协同工作。因此，信息在传输过程中不可避免地受到外界噪声、通信延时、丢包、测量值缺失、数据包错序等通信约束情况的干扰。

基于上述考虑，本章研究了受数据传输时延和交叉相关噪声影响的不确定网络化系统的状态估计问题。为适应日益增长的信息计算和协作感知的需求，网络化系统侧重于大规模的信息和通信技术。采用分布式策略通过信息交换提高了物理和计算单元之间的协作关系，同时提高了系统的适应性、有效性和自动化性能[209]。对于网络化系统的信息感知能够有效地利用感兴趣的信息量进行估算，以达到令人满意的性能。由于网络化系统的控制和优化通常是分布式的，因此，研究网络化系统的分布式估计是具有挑战性的课题。

面向分布式不确定网络化系统的数据融合估计问题，例如多步随机延时系统的补偿、系统的随机不确定性、自相关和交叉相关噪声等情况还没有很好的解决方案。由于含有多步随机延迟，同时考虑交叉相关噪声和状态依赖噪声系统所带来的挑战，其分布式结构的建模和补偿策略较少被提及。基于上述讨论，本章探讨系统建模和分布

式融合估计分析方法，所获得的结果理论上证明了比现有的一些文献所研究的方法具有更准确的估计性能，如 WRKF[130] 和 OSF[131] 等。

4.2　最优估计理论和问题描述

滤波问题解决如何从被噪声污染的观测信号中过滤噪声，尽可能消除或减小噪声影响，求未知真实信号或系统状态的最优估计。通常噪声和真实信号或状态均为随机过程，因而滤波问题本质上是统计估计问题。常用的最优估计准则是线性最小方差估计(linear minimum variance estimation)，即要求信号或状态的最优估计值应与相应的真实值的误差的方差最小化，这种滤波也称为最优滤波[210]。

本节首先介绍卡尔曼滤波理论，并依据分布式网络化系统中的网络诱导因素建立系统模型。

4.2.1　卡尔曼滤波理论

卡尔曼滤波在工程实践中获得了广泛的应用，例如制导、全球定位系统、目标跟踪、石油地震勘探、通信和信号处理、信息融合等[210,211]。

在状态空间方法中，引入了状态变量和状态空间概念。状态是比信号更广泛、更灵活的概念，它非常适合处理多变量系统，也非常适合处理信号估计问题，信号可视为状态或状态的分量。系统状态变量能体现系统特征、特点和状况，例如在目标跟踪问题中，可把运动目标的位置视为状态，也可将位置和速度两者视为状态，一般也可将位置、速度和加速度三者视为状态变量。状态变量的维数根据具体问题和具体要求而定。一个 n 维状态变量的取值属于 n 维欧氏空间 $\mathbf{R}^n$，即 n 维状态变量的取值是 $\mathbf{R}^n$ 中的“点”，称状态变量取值的欧氏空间 $\mathbf{R}^n$ 为状态空间。状态空间方法的关键技术包括状态空间模型和基于射影理论的状态估计方法。状态方程是描写状态变化规律的模型，它描写了相邻时刻的状态转移变化规律。观测方程描写对状态进行观测的信息，通常含有观测噪声，且通常只能对部分状态变量进行观测。卡尔曼滤波问题就是由观测方程所得到的观测信息求系统状态的最优估计。

从抽象的希尔伯特空间角度，状态变量和观测信号均可看成是抽象的由随机变量的线性运算生成的希尔伯特空间中的元素或“点”。因而卡尔曼滤波问题在几何上转化为状态变量在由观测信号生成的子希尔伯特空间上的射影[212]。以上阐述的就是卡尔曼滤波方法的关键思想。

4.2.2 分布式网络化系统融合架构

一类网络化系统的分布式融合结构如图 4-1 所示，其中每个传感器把测量数据传输到一个信息处理器（即估计器），并且传输时延不可避免地存在于通信网络。需要注意的是，考虑的系统状态可测定 n 个时间同步的传感器。

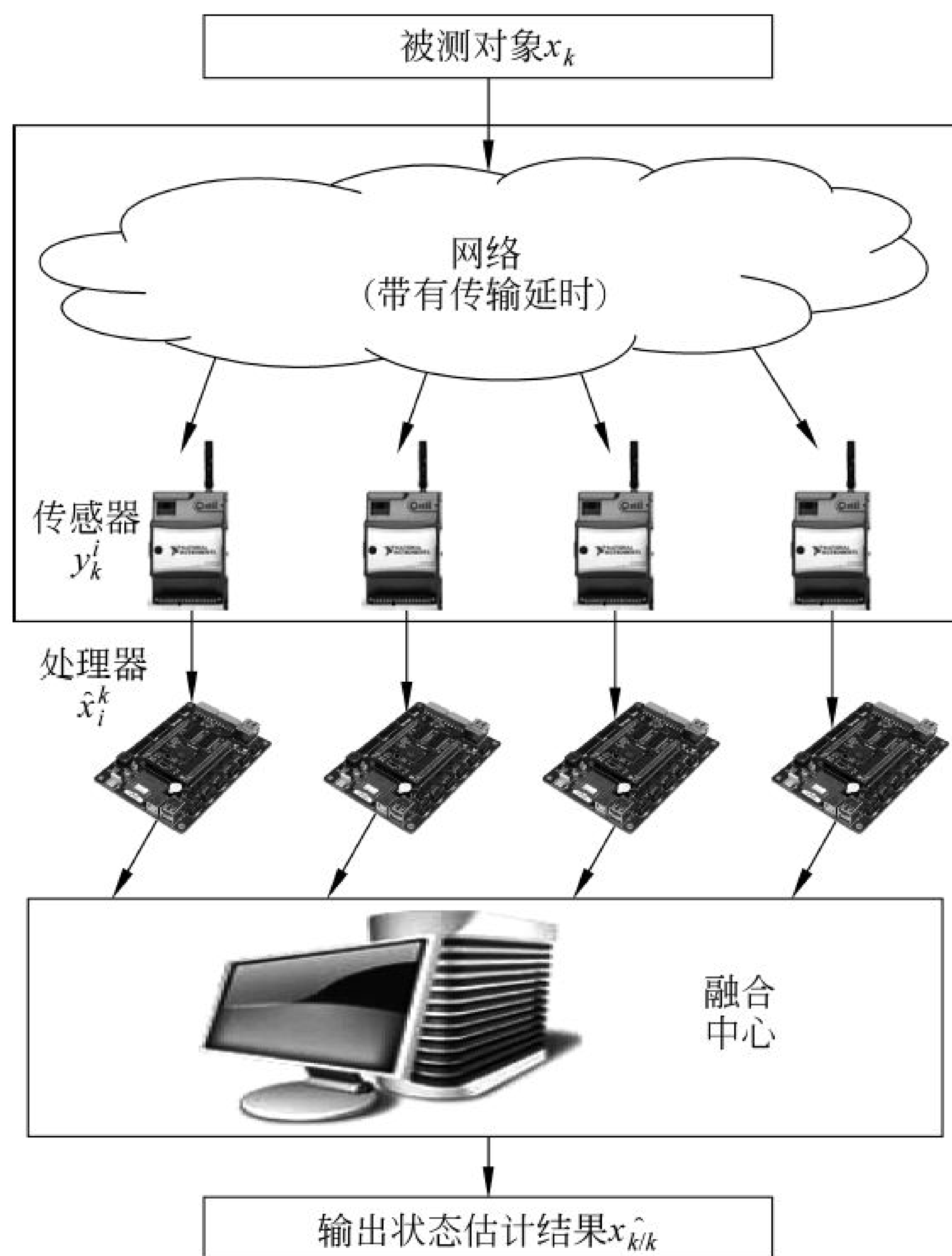


图 4-1　一个分布式系统架构

分布式随机系统的不确定性可以用随机状态依赖噪声描述，随机不确定性会使系统具有非线性的属性。因此，系统模型建立的目标是探究一个近似的线性表达以描述随机不确定性。所考虑的系统带有状态依赖噪声、交叉相关噪声和传输时延等因素，该系统用以下模型描述

$$x_{k+1} = (\boldsymbol{A}_k + \Delta\boldsymbol{A}_k)x_k + \boldsymbol{B}_k\omega_k,\quad k = 1,2,\cdots,n \tag{4-1}$$

$$y_k^i = \boldsymbol{H}_k^i x_{k-\tau_k} + v_k^i,\quad i = 1,\cdots,n \tag{4-2}$$

式中，$\boldsymbol{R}^r$ 表示 r 维的欧氏空间，$\boldsymbol{R}^{r\times r}$ 代表 $r\times r$ 维的实数矩阵集，i 是给定传感器的编号。$x_k \in \boldsymbol{R}^r$ 表示状态向量，$y_k^i \in \boldsymbol{R}^{m_i}$ 是第 i 个传感器在 k 时刻的测量输出值。$\boldsymbol{A}_k \in \boldsymbol{R}^{r\times r}$ 表示状态转移矩阵，$\boldsymbol{B}_k \in \boldsymbol{R}^r$ 是已知的时变向量，并且 $\omega_k \in \boldsymbol{R}$ 代表方差为 Q_k 的过

程噪声。状态依赖噪声 $\Delta \boldsymbol{A}_k = \boldsymbol{C}_k \xi_k$ 代表系统内部的不确定性[130,213]，其中 $\boldsymbol{C}_k \in \boldsymbol{R}^{r \times r}$ 也是状态转移矩阵，$\xi_k \in \boldsymbol{R}$ 是独立的零均值白噪声。

假定接收的测量数据滞后于状态更新，则系统模型中考虑了测量时滞问题。式(4-2)中的 $\tau_k > 0$ 代表采样时刻 k 的传输时延，$\boldsymbol{H}_k^i \in \boldsymbol{R}^{m_i \times r}$ 是测量矩阵，而且 $v_k^i \in \boldsymbol{R}^{m_i}$ 表示第 i 个传感器的测量噪声，其方差为 R_k^i。假设初始状态 x_0 是均值为 $\boldsymbol{\mu}_0$、方差为 $\boldsymbol{P}_0$ 且和其他噪声不相关的随机信号。

本章介绍的分布式融合结构系统描述如式(4-1)和式(4-2)，对于系统动态信息的获取，每个子系统与其周围所有的邻居传感器的额外信息实现共享，以得到本地的局部信息。因此，每个信息处理器能够实现信息协同，其方式通过从某个邻近区域内的其他传感器接收信息。在估计融合中心，每个传感器和它的邻居之间交换信息。此外，分布式融合策略具有灵活性、鲁棒性和可生存性[131]，融合策略能够获得较高的估计精度。

4.2.3　传输时延和交叉相关噪声

通常情况下，分布式系统在常见的噪声环境中，由于每个传感器的过程噪声和测量噪声依赖于系统状态，因此交叉相关性存在于不同的传感器之间以及过程噪声和测量噪声之间[129]。图 4-2 通过时序图分析了受时延和交叉相关噪声影响的传感器网络。对于分布式的融合估计，融合中心用于实现信息的协作和融合。若有 n 个不同的缓冲区存储相应的局部估计信号，则每个缓冲区存储最新的带有时间戳的数据。

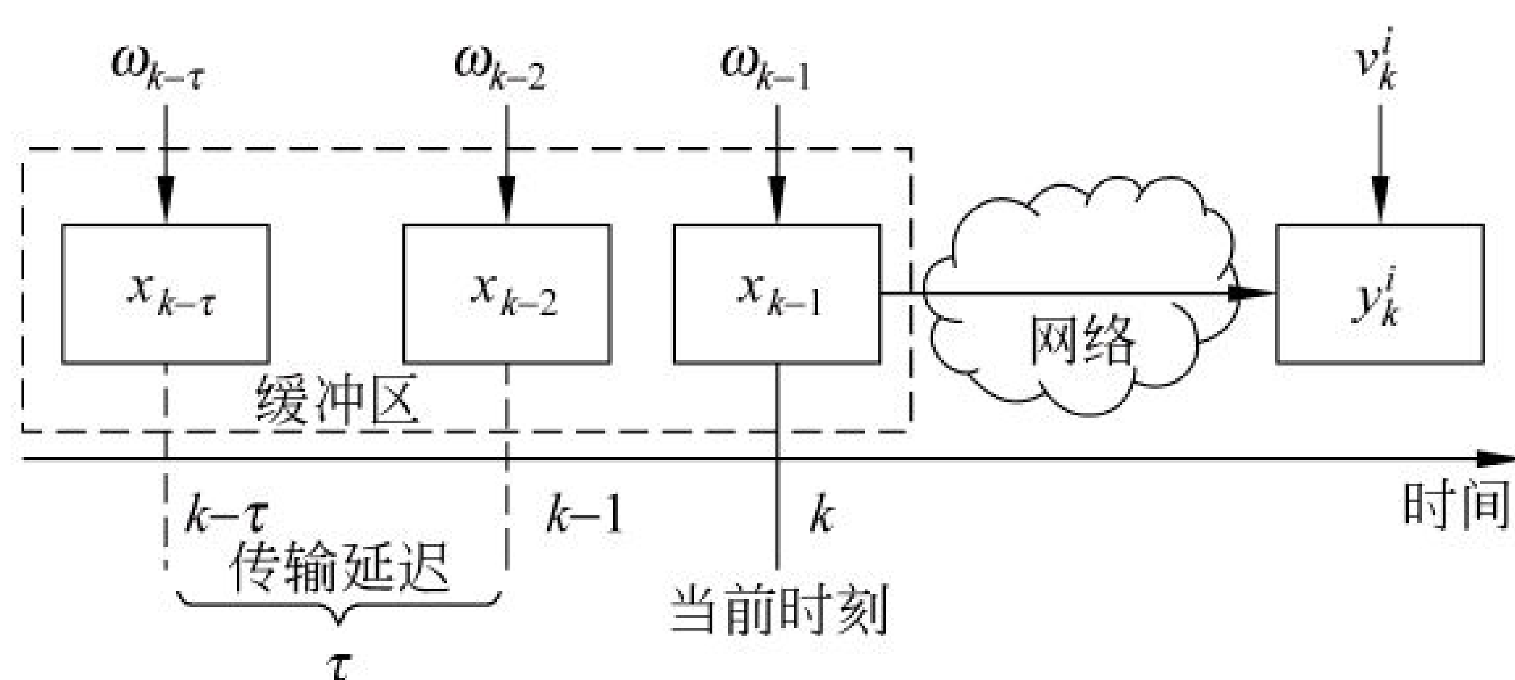


图 4-2　带有传输时延和交叉相关噪声的网络化系统

注释 4.1：对于线性离散时变系统(4-1)和(4-2)，由于受到传输时延和系统状态依赖的影响，测量值更依赖于传输之前的状态，因此，前一个采样时间的噪声对于当前的测量值的影响更重要。在通信过程中，假定在每个采样时刻以及前一个采样时刻，各个传感器的过程噪声和测量噪声，以及不同传感器之间的过程噪声和测量噪声是交叉相关的，即 k 时刻的过程噪声和 k 时刻以及 $k-1$ 时刻的过程噪声是互相关的，而且

过程噪声的协方差分别是 Q_k 和 Q_{k-1}。另一方面，k 时刻的测量噪声和 k 时刻以及 $k-1$ 时刻的测量噪声是互相关的，其协方差分别是 R_k^i 和 R_{k-1}^i。同时，不同传感器之间的测量噪声 v_k^i 和 v_l^j 在采样时刻 k 和 $k-1$ 也是交叉相关的。因此，ω_k、v_k^i 和 v_l^j 具有以下统计属性。

$$\begin{cases} E(\omega_k)=0, \quad E(v_k^i)=0, \\ E\left(\begin{bmatrix}\omega_k \\ v_k^i\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\omega_l^{\mathrm{T}} & (v_l^j)^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix} Q_k\delta_{k-l}+Q_{k,l}\delta_{k-l+1} & S_k^{i,j}\delta_{k-l}+S_{k,l}^{i,j}\delta_{k-l+1} \\ 0 & R_k^{i,j}\delta_{k-l}+R_{k,l}^{i,j}\delta_{k-l+1}\end{bmatrix}\end{cases} \tag{4-3}$$

式(4-3)中函数 $E(\cdot)$ 代表数学期望操作，上标符号 T 表示矩阵的转置。

注释 4.2：考虑到传输时延和噪声的交叉相关性，过程噪声和不同传感器的测量噪声之间在一个采样时刻内是交叉相关的，即 k 时刻第 i 个传感器的测量噪声和过程噪声在 k 和 $k-1$ 时刻是交叉相关的，它们的协方差分别记为 S_k^i 和 S_{k-1}^i。通过时序图可以看出，后一个采样时刻的交叉相关噪声是冗余的，即 k 时刻第 i 个传感器的测量噪声和 $k+1$ 时刻的过程噪声是不相关的。因此，所研究的依赖于时间序列的噪声一步交叉相关性能够降低计算复杂度。

分布式融合估计的目标是设计一个鲁棒卡尔曼类型的滤波器 $\hat{x}_{k|k}$，系统综合考虑了受多步传输时延和交叉相关噪声的影响。融合方法需要通过最小化估计误差协方差矩阵探究合适的滤波参数 $\boldsymbol{K}_k^i$。

4.3 分布式鲁棒卡尔曼类型的滤波

本节探讨基于鲁棒卡尔曼类型滤波器的分布式无偏融合方法，该融合方法采用最小化估计误差互协方差矩阵获得。

4.3.1 重组新息序列

测量模型(4-2)中的测量输出值 y_k^i 在 k 时刻由第 i 个传感器测量得到，它是由状态值 $x_{k-\tau_k}$ 获得的，其中局部的卡尔曼滤波器通过估计值 $\hat{x}_{k|k}^i$ 设计。对于含有 τ_k 步延时的测量值，研究测量值转换方法用于减轻计算负担[135,164]，该方法采用重组的测量输出序列 $\{y_k^i, y_{k-1}^i, \cdots, y_{k-\tau_k}^i\}$ 和测量噪声序列 $\{v_k^i, v_{k-1}^i, \cdots, v_{k-\tau_k}^i\}$ 估计得到。需要注意的是，测量噪声序列也是零均值方差为 R_k^i 的白噪声。

1. 测量序列重组

给定的测量序列 $\{y_k^i, \cdots, y_{k-\tau_k}^i, \cdots, y_0^i\}$，估计值 $\hat{x}_{k|k}^i$ 是状态 x_k 在张成的线性空

间 $L\{y_k^i, \cdots, y_{k-\tau_k}^i, \cdots, y_0^i\}$ 上的射影。带有传输时延的测量序列被分成两部分，分别是 $\{\{y_s^i\}_{s=0}^{k-\tau_k-1}\}$ 和 $\{\{y_s^i\}_{s=k-\tau_k}^{k}\}$。因此，应用线性最小均方误差（linear minimum mean square error，LMMSE）获得的估计值 $\hat{x}_{k|k}^i$ 可以定义为

$$\hat{x}_{k|k}^i = \text{proj}\{x_k \mid y_k^i, \cdots, y_{k-\tau_k}^i, \cdots, y_0^i\} \tag{4-4}$$

式(4-4)等价于通过滤波值 $\hat{x}^i_{k-\tau_k|k-\tau_k}$ 的补偿方法，即 $\hat{x}_{k|k}^i = \left(\prod_{l=1}^{\tau_k}(\boldsymbol{A}_{k-l})\right)\hat{x}_{k-\tau_k|k-\tau_k}^i$，$\tau_k > 0$[153]。针对含有 τ_k 步时延的测量序列，对当前状态 x_k 的估计引入重组的测量序列设计一个预测器 $\hat{x}_{k|k-\tau_k}^i$。由此分别定义预测误差和滤波误差

$$\tilde{x}_{k|k-\tau_k}^i = x_k - \hat{x}_{k|k-\tau_k}^i \tag{4-5}$$

和

$$\tilde{x}_{k|k}^i = x_k - \hat{x}_{k|k}^i \tag{4-6}$$

与它们一致的滤波误差协方差和互协方差矩阵可以通过式(4-7)和式(4-8)推导得到。互协方差矩阵用于实现任意两个子系统间的信息交换，即

$$\boldsymbol{P}_{k|k}^i = E(\tilde{x}_{k|k}^i(\tilde{x}_{k|k}^i)^{\mathrm{T}}) \tag{4-7}$$

和

$$\boldsymbol{P}_{k|k}^{i,j} = E(\tilde{x}_{k|k}^i(\tilde{x}_{k|k}^j)^{\mathrm{T}}) \tag{4-8}$$

根据以上理论，分布式估计的目标是满足无偏性，同时，探测一个合适的滤波参数 $\boldsymbol{K}_k^i$ 以获得最小的误差协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_{k|k}^i$。

在实际工程应用中，由于交叉相关噪声的存在，使用经典的卡尔曼滤波器将大大降低估计性能，即造成估计精度不准确，进而不能很好地跟踪系统的动态变化。这样设计全局最优的卡尔曼滤波器是非常困难的，因此，考虑到传输时延对系统的影响，首先设计局部鲁棒卡尔曼滤波器。不失一般性，时延包括一步时延和多步时延，即 $\tau_k = 1$ 和 $\tau_k \geqslant 2$ 的情况。针对线性离散时变系统设计的分布式鲁棒卡尔曼滤波器，对于带有时延的测量值采用补偿机制，将系统的状态估计转化为一步预测补偿的形式。该补偿机制借助重组测量序列和重组信息序列的方法实现[141,164]。为了简便起见，本节主要探讨时延条件 $\tau_k = 1$ 情况下的测量时滞系统。

2. 加权融合重组的新息序列

带有一步时滞的测量序列张成的线性空间，通过重组测量序列后可以表示为 $L\{y_k^i, \cdots, y_{k-\tau_k}^i\}$。如前面的描述，重组的新息序列被表示成 $\varepsilon_k^i = y_k^i - \hat{y}_k^i$，其中 $\hat{y}_k^i = \boldsymbol{H}_k^i\hat{x}_{k|k-1}^i$。

注释 4.3：本章考虑的分布式不确定性系统实现传感器之间的通信，即每个子系统将和邻居间相互通信，因此获取的信息包含来自其邻居之间的相关信息。假定网络拓扑结构是无向图，且任意两个子系统之间可以相互通信。为了减少误差，提高测量精度，设计鲁棒卡尔曼滤波器旨在借助重组的新息序列实现加权的融合策略[214]。文献[215]介绍了一种多新息序列方法，用于提高分布式融合状态估计的收敛速率。根据以上理论，本章提出一种新的加权融合重组新息序列。考虑到测量时滞，为了分布式系统间的信息协同，提出的新息序列方法融合了噪声干扰，并实现在某个邻近区域内的信息交互。

引理 4.1：针对分布式系统(4-1)和(4-2)，加权融合的重组新息序列由$\{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k, \cdots, \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{k-\tau_k}\}$组成，这里向量$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k$由每个$k$时刻的新息值$\tilde{\boldsymbol{Y}}_k=[\varepsilon_k^1, \cdots, \varepsilon_k^n]^{\mathrm{T}}$组成，其中每个新息可以表示成$\boldsymbol{\varepsilon}_k^i=y_k^i-\hat{y}_k^i, i=1, \cdots, n$，且$y_k^i\in\mathbf{R}^{m_i}$。进而，$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k$可以通过每个新息值加权表示为

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k=\boldsymbol{\Theta}_k^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{Y}}_k \tag{4-9}$$

定义权重矩阵$\boldsymbol{\Theta}_k=[\boldsymbol{\theta}_k^1, \cdots, \boldsymbol{\theta}_k^n]^{\mathrm{T}}$，它可以表示成

$$\boldsymbol{\Theta}_k=\boldsymbol{\Sigma}_k^{-1}\boldsymbol{I}\ (\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}_k^{-1}\boldsymbol{I})^{-1} \tag{4-10}$$

式(4-10)中的$\boldsymbol{I}\triangleq\underbrace{[\boldsymbol{I}_m, \cdots, \boldsymbol{I}_m]}_{n}{}^{\mathrm{T}}$由$n$个单位矩阵组成，$\boldsymbol{\Sigma}_k$表示每个$k$时刻的新息值的方差，即$\boldsymbol{\Sigma}_k=E(\tilde{\boldsymbol{Y}}_k\tilde{\boldsymbol{Y}}_k^{\mathrm{T}})$。

证明：系统中的n个子系统由于传感器是同类设施，都具有相同的物理结构，在模型上表现为它们的测量矩阵的维度相同，即$m_1=m_2=\cdots=m_n=m$。传感器和其相邻的节点之间相互通信，因此，根据通信链路和交叉相关噪声融合的新息序列$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k$表示为

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k=\boldsymbol{\theta}_k^1\varepsilon_k^1+\cdots+\boldsymbol{\theta}_k^n\varepsilon_k^n=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\theta}_k^i\varepsilon_k^i=\boldsymbol{\Theta}_k^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{Y}}_k \tag{4-11}$$

式(4-11)中的$\boldsymbol{\theta}_k^i, i=1,2,\cdots,n$是任意的加权矩阵，其限制条件满足系数之和是一个单位阵

$$\boldsymbol{\theta}_k^1+\boldsymbol{\theta}_k^2+\cdots+\boldsymbol{\theta}_k^n=\boldsymbol{I}_m \tag{4-12}$$

设$\boldsymbol{\Theta}_k=[\boldsymbol{\theta}_k^1, \cdots, \boldsymbol{\theta}_k^n]^{\mathrm{T}}$和$\boldsymbol{I}=\underbrace{[\boldsymbol{I}_m, \cdots, \boldsymbol{I}_m]}_{n}{}^{\mathrm{T}}$均是$mn\times m$维矩阵，在$k$时刻得到融合的重组新息序列可以通过以下方式计算得到。

$$\boldsymbol{P}_k=E(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k^{\mathrm{T}})=\boldsymbol{\Theta}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}_k\boldsymbol{\Theta}_k \tag{4-13}$$

这里$\boldsymbol{\Sigma}_k$表示每个k时刻的新息值的方差，即$\boldsymbol{\Sigma}_k=E(\tilde{\boldsymbol{Y}}_k\tilde{\boldsymbol{Y}}_k^{\mathrm{T}})$。

注意，由于噪声的交叉相关性，$\boldsymbol{\Sigma}_k=\boldsymbol{\Sigma}_k^{\mathrm{T}}$ 是一个对称正定矩阵，因此 $\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}_k^{-1}\boldsymbol{I}$ 是非奇异的矩阵。进而，参数矩阵 $\boldsymbol{\Theta}_k$ 可以通过下面的式子计算得到[214]

$$\boldsymbol{\Theta}_k=\boldsymbol{\Sigma}_k^{-1}\boldsymbol{I}\ (\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}_k^{-1}\boldsymbol{I})^{-1} \tag{4-14}$$

k 时刻需要计算的加权融合重组新息序列由加权矩阵 $\boldsymbol{\Theta}_k$ 和 n 个新息序列得到。至此，完成了引理 4.1 的推导。

如上所述，k 时刻的加权新息值 $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k$ 和每个新息值 ε_k^i 之间的关系符合 $\boldsymbol{P}_k\leqslant E(\varepsilon_k^i\ (\varepsilon_k^i)^{\mathrm{T}})$ 不等式，即 $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k$ 的协方差小于每一个新息值 ε_k^i 的协方差，其结果可从文献[153]中推导得到。这意味着提出的加权融合新息序列在减轻噪声对系统的干扰方面具有优良的性能。由于传感器在传输测量值到估计器之间可以和相邻的节点互相通信，实现信息共享，因此可以采用加权融合新息序列的方法实现与邻居传感器节点间的信息协同。

4.3.2 分布式融合估计

经典的卡尔曼滤波算法具有良好的无偏估计的性能。引理 4.2 拟对提出的加权融合方法的无偏性进行分析。

引理 4.2：针对带有一步传输时延的分布式网络化系统，即时延参数 $\tau_k=1$，对于第 i 个子系统，在融合前的鲁棒卡尔曼类型的滤波器可以通过下面的式子迭代得到。

$$\hat{x}_{k|k-1}^{i,L}=\mathrm{proj}\{x_k\mid\varepsilon_{k-1}^i,\ \cdots,\ \varepsilon_0^i\}=\boldsymbol{A}_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1}^{i,L} \tag{4-15}$$

$$\hat{x}_{k|k}^{i,L}=\mathrm{proj}\{x_k\mid\varepsilon_k^i,\ \cdots,\ \varepsilon_0^i\}=\boldsymbol{A}_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1}^{i,L}+\boldsymbol{K}_k^i\boldsymbol{\varepsilon}_k^i \tag{4-16}$$

其中，$\hat{x}_{k|k-1}^{i,L}$ 和 $\hat{x}_{k|k}^{i,L}$ 表示融合前的局部估计值。注意，根据随机噪声的变量演化得到 $\hat{x}_{k-1|k-1}^{i,L}$ 的统计特性，即 $\hat{x}_{k|k-1}^{i,L}\triangleq E(\hat{x}_{k|k-1}^{i,L})$ 是一个近似的估计值。

基于重组测量值空间 $L\{y_k^1,\ \cdots\ y_k^n,\ y_{k-1}^1,\ \cdots\ y_{k-1}^n\}$ 和加权融合重组新息序列 $\{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k,\ \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{k-1}\}$，$k$ 时刻的状态估计 $\hat{x}_{k|k}^i$ 可以由以下式子得到。

$$\hat{x}_{k|k}^i=\hat{x}_{k|k-1}^i+\boldsymbol{K}_k^i\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k=\boldsymbol{A}_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1}^i+\boldsymbol{K}_k^i\boldsymbol{\Theta}_k^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{Y}}_k \tag{4-17}$$

式(4-17)中的 $\hat{x}_{k|k}^i$ 表示由加权融合重组新息序列得到的状态估计值，$\boldsymbol{K}_k^i$ 是滤波增益矩阵。

对估计误差计算期望，得到 $E(\tilde{x}_{k|k}^i)=E(x_k-\hat{x}_{k|k}^i)$。因为零均值白噪声具有期望值为零的属性，即 $E(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k)=E\left(\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\theta}_k^i\varepsilon_k^i\right)=0$，由上面推导的结果可以得到状态估计值 $\hat{x}_{k|k}^i$ 的均值也为零，即 $E(\tilde{x}_{k|k}^i)=0$。因此，加权融合重组新息序列得到的状态估计

值具有无偏性。

1. 卡尔曼类型的滤波参数

考虑到分布式不确定性系统受到网络诱导的传输时延、系统随机不确定性和交叉相关噪声的约束，为了最小化由一步预测补偿策略得到的滤波误差协方差，在 k 时刻对第 i 个子系统探测合适的滤波参数 $\boldsymbol{K}_k^i$ 以实现最优估计。

正如之前所定义的，$\hat{x}_{k|k-1}^{i,L}$ 表示被融合前的一步预测值，状态 x_{k-1} 也是一个由测量值 y_k 估计得到的值，即

$$x_k = \Psi_{k-1} x_{k-1} + \boldsymbol{B}_{k-1} \omega_{k-1} \tag{4-18}$$

其中，$\Psi_{k-1} \triangleq \boldsymbol{A}_{k-1} + \boldsymbol{C}_{k-1} \xi_{k-1}$。根据式(4-15)、式(4-16)和式(4-18)，设计得到加权融合前的局部鲁棒卡尔曼类型的迭代滤波器为

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k|k-1}^{i,L} &= \boldsymbol{A}_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1}^{i,L} \\ \hat{x}_{k|k}^{i,L} &= \boldsymbol{\Phi}_k^i \boldsymbol{A}_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1}^{i,L} + \boldsymbol{K}_k^i y_k^i \end{aligned} \tag{4-19}$$

这里 $\boldsymbol{\Phi}_k^i = \boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_k^i \boldsymbol{H}_k^i$。由于交叉相关性，表示的滤波误差 $\tilde{x}_{k-1|k-1}^{i,L} = x_{k-1} - \hat{x}_{k-1|k-1}^{i,L}$ 和过程噪声 ω_{k-1} 是相关的，因此，相对应的局部一步预测误差协方差矩阵在加权融合前可以通过以下式子计算得到。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{P}_{k|k-1}^{i,L} &= E(\tilde{x}_{k|k-1}^{i,L} (\tilde{x}_{k|k-1}^{i,L})^{\mathrm{T}}) \\ &= \boldsymbol{A}_{k-1} \boldsymbol{P}_{k-1|k-1}^{i,L} \boldsymbol{A}_{k-1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{B}_{k-1} (\boldsymbol{W}_{k-1}^i)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A}_{k-1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{C}_{k-1} \boldsymbol{X}_{k-1} \boldsymbol{C}_{k-1}^{\mathrm{T}} + \\ &\quad \boldsymbol{A}_{k-1} \boldsymbol{W}_{k-1}^i \boldsymbol{B}_{k-1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{B}_{k-1} \boldsymbol{Q}_{k-1} \boldsymbol{B}_{k-1}^{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{4-20}$$

式(4-20)中的 $\boldsymbol{P}_{k-1|k-1}^{i,L}$ 表示 $k-1$ 时刻的局部滤波误差协方差矩阵。此外，式(4-20)中其他符号的定义为 $\boldsymbol{X}_{k-1} \triangleq E(x_{k-1} x_{k-1}^{\mathrm{T}})$ 和 $\boldsymbol{W}_{k-1}^i \triangleq E(\tilde{x}_{k-1|k-1}^{i,L} \omega_{k-1}^{\mathrm{T}})$。

期望值 $\boldsymbol{X}_{k-1}$ 由式(4-18)的状态值 x_{k-1} 推导得到，其计算结果如下。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{X}_k &= E(x_k x_k^{\mathrm{T}}) \\ &= \boldsymbol{A}_{k-1} \boldsymbol{X}_{k-1} \boldsymbol{A}_{k-1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{C}_{k-1} \boldsymbol{X}_{k-1} \boldsymbol{C}_{k-1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{B}_{k-1} \boldsymbol{Q}_{k-1} \boldsymbol{B}_{k-1}^{\mathrm{T}} + \\ &\quad \boldsymbol{A}_{k-1} \boldsymbol{B}_{k-2} \boldsymbol{Q}_{k-2,k-1} \boldsymbol{B}_{k-1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{B}_{k-1} \boldsymbol{Q}_{k-1,k-2} \boldsymbol{B}_{k-2}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A}_{k-1}^{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{4-21}$$

值得注意的是，初始值 $\boldsymbol{X}_0$ 需要设置为 $\boldsymbol{X}_0 \triangleq \mu_0 \mu_0^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{P}_0$ 的形式[130]。

期望值 $\boldsymbol{W}_{k-1}^i$ 的求解，由引入的过程噪声 ω_k 和测量噪声 v_k^i 之间的交叉相关性得到，可以表示为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{W}_{k-1}^i &= E(\tilde{x}_{k-1|k-1}^{i,L} \omega_{k-1}^{\mathrm{T}}) \\ &= \boldsymbol{B}_{k-2} \boldsymbol{Q}_{k-2,k-1} - \boldsymbol{K}_{k-1}^i (\boldsymbol{H}_{k-1}^i \boldsymbol{B}_{k-2} \boldsymbol{Q}_{k-2,k-1} + (\boldsymbol{S}_{k-1}^i)^{\mathrm{T}}) \end{aligned} \tag{4-22}$$

相似于一步预测误差协方差的计算，滤波误差协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_{k|k}^{i,L}$ 通过以下迭代方

法求解

$$\begin{aligned}\boldsymbol{P}_{k|k}^{i,L} &= E(\tilde{x}_{k|k}^{i,L}(\tilde{x}_{k|k}^{i,L})^{\mathrm{T}}) \\ &= \boldsymbol{\Phi}_k^i\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{i,L}(\boldsymbol{\Phi}_k^i)^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{K}_k^i\boldsymbol{R}_k^i(\boldsymbol{K}_k^i)^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{\Phi}_k^i\boldsymbol{V}_{k-1}^i(\boldsymbol{K}_k^i)^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{K}_k^i(\boldsymbol{V}_{k-1}^i)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\Phi}_k^i)^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{4-23}$$

式中，包含另一个期望值，其定义是 $\boldsymbol{V}_{k-1}^i \triangleq E(\tilde{x}_{k|k-1}^{i,L}(v_k^i)^{\mathrm{T}})$，经过演算得到

$$\boldsymbol{V}_{k-1}^i = E(\tilde{x}_{k|k-1}^{i,L}(v_k^i)^{\mathrm{T}}) = \boldsymbol{B}_{k-1}\boldsymbol{S}_{k-1,k}^i - \boldsymbol{A}_{k-1}\boldsymbol{K}_{k-1}^i\boldsymbol{R}_{k-1,k}^i \tag{4-24}$$

为了设计一个局部最优滤波器，需要最小化由式(4-23)得到的滤波误差协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_{k|k}^{i,L}$。因此选取一个合适的滤波参数 $\boldsymbol{K}_k^i$ 是必要的，其值由 $\boldsymbol{P}_{k|k}^{i,L}$ 的一阶导数设置为零求解得到，即 $\partial(\boldsymbol{P}_{k|k}^{i,L})/\partial\boldsymbol{K}_k^i = 0$，得到

$$\boldsymbol{K}_k^i = \boldsymbol{\Xi}_{k-1}^i(\boldsymbol{H}_k^i\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{i,L}(\boldsymbol{H}_k^i)^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{R}_k^i + \tilde{\boldsymbol{\Xi}}_{k-1}^i)^{-1} \tag{4-25}$$

为了简化公式，设置 $\boldsymbol{\Xi}_{k-1}^i = \boldsymbol{P}_{k|k-1}^{i,L}(\boldsymbol{H}_k^i)^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{V}_{k-1}^i$，$\tilde{\boldsymbol{\Xi}}_{k-1}^i = \boldsymbol{H}_k^i\boldsymbol{V}_{k-1}^i + (\boldsymbol{V}_{k-1}^i)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{H}_k^i)^{\mathrm{T}}$。

把式(4-25)代入式(4-23)，因此 $\boldsymbol{P}_{k|k}^{i,L}$ 可以重新写为与式(4-26)等价的形式。

$$\boldsymbol{P}_{k|k}^{i,L} = \boldsymbol{P}_{k|k-1}^{i,L} - \boldsymbol{K}_k^i(\boldsymbol{\Xi}_{k-1}^i)^{\mathrm{T}} \tag{4-26}$$

最后，依据式(4-19)至式(4-26)的推导结果，再考虑式(4-13)中 $\boldsymbol{\Sigma}_k$ 的求解过程。由其定义可知 $\boldsymbol{\Sigma}_k^{i,j} \triangleq E(\boldsymbol{\varepsilon}_k^i(\boldsymbol{\varepsilon}_k^j)^{\mathrm{T}})$，其结果可以由

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Sigma}_k^{i,j} &= E(\boldsymbol{\varepsilon}_k^i(\boldsymbol{\varepsilon}_k^j)^{\mathrm{T}}) \\ &= \boldsymbol{H}_k^i\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{i,j,L}(\boldsymbol{H}_k^j)^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{H}_k^i\boldsymbol{V}_{k-1}^{i,j} + (\boldsymbol{H}_k^j\boldsymbol{V}_{k-1}^{j,i})^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{R}_k^{i,j} \quad i,j = 1,\cdots,n\end{aligned} \tag{4-27}$$

演化得到，其中 $\boldsymbol{\Sigma}_k$ 是一个 $nm \times nm$ 维的矩阵，且包含的期望值 $\boldsymbol{V}_{k-1}^{i,j}$ 由

$$\boldsymbol{V}_{k-1}^{i,j} \triangleq E(\tilde{x}_{k|k-1}^{i,L}(v_k^j)^{\mathrm{T}}) = \boldsymbol{B}_{k-1}\boldsymbol{S}_{k-1,k}^j - \boldsymbol{A}_{k-1}\boldsymbol{K}_{k-1}^i\boldsymbol{R}_{k-1,k}^{i,j} \tag{4-28}$$

迭代求解得到。

2. 滤波误差互协方差阵的融合估计

正如前面提到的交叉相关噪声，为了提高状态估计精度，信息融合方法对于研究最优分布式估计是必要的。本节将加权融合准则应用于滤波误差互协方差，计算任意两个子系统之间的滤波误差互协方差矩阵以实现信息交互。

定理 4.1：针对式(4-1)和式(4-2)描述的分布式线性离散时变系统，在 k 时刻，由式(4-17)依据 $\hat{x}_{k-1|k-1}^i$ 获得一步补偿的滤波估计以及式(4-25)求解滤波增益 $\boldsymbol{K}_k^i$ 可以得到，第 i 个子系统和第 j 个子系统之间的滤波误差互协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_{k|k}^{i,j}$ 和预测误差互协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{i,j}$ 通过以下方式可以求解得到表达式

$$
\begin{cases}
\hat{x}^i_{k|k-1} = \boldsymbol{A}_{k-1}\hat{x}^i_{k-1|k-1} \\
\hat{x}^i_{k|k} = \boldsymbol{A}_{k-1}\hat{x}^i_{k-1|k-1} + \boldsymbol{K}^i_k\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k \\
\boldsymbol{K}^i_k = \boldsymbol{\Xi}^i_{k-1}(\boldsymbol{H}^i_k\boldsymbol{P}^i_{k|k-1}(\boldsymbol{H}^i_k)^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{R}^i_k + \tilde{\boldsymbol{\Xi}}^i_{k-1})^{-1} \\
\boldsymbol{P}^{i,j}_{k|k-1} = \boldsymbol{A}_{k-1}\boldsymbol{P}^{i,j}_{k-1|k-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}_{k-1} + \boldsymbol{B}_{k-1}\boldsymbol{Q}_{k-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}_{k-1} + \boldsymbol{C}_{k-1}\boldsymbol{X}_{k-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}_{k-1} + \\
\qquad \boldsymbol{B}_{k-1}(\boldsymbol{G}^j_{k-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}_{k-1} + \boldsymbol{A}_{k-1}\boldsymbol{G}^i_{k-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}_{k-1} \\
\boldsymbol{P}^{i,j}_{k|k} = \boldsymbol{P}^{i,j}_{k|k-1} + \boldsymbol{K}^i_k\boldsymbol{P}_k(\boldsymbol{K}^j_k)^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{A}_{k-1}\boldsymbol{M}^i_{k-1}(\boldsymbol{K}^j_k)^{\mathrm{T}} - \\
\qquad \boldsymbol{K}^i_k(\boldsymbol{M}^j_{k-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}_{k-1} - \boldsymbol{B}_{k-1}\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}_{k-1}(\boldsymbol{K}^j_k)^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{K}^i_k\boldsymbol{L}_{k-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}_{k-1}
\end{cases}
\tag{4-29}
$$

式中所包含的符号可以表示为

$$
\begin{cases}
\boldsymbol{P}_k = E(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{T}}_k) \\
\boldsymbol{G}^i_{k-1} = \boldsymbol{B}_{k-2}\boldsymbol{Q}_{k-2,k-1} - \boldsymbol{K}^i_{k-1}\sum_{p=1}^{n}\boldsymbol{\theta}^p_{k-1}(\boldsymbol{H}^p_{k-1}\boldsymbol{B}_{k-2}\boldsymbol{Q}_{k-2,k-1} + (\boldsymbol{S}^p_{k-1})^{\mathrm{T}}) \\
\boldsymbol{X}_k = \boldsymbol{A}_{k-1}\boldsymbol{X}_{k-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}_{k-1} + \boldsymbol{C}_{k-1}\boldsymbol{X}_{k-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}_{k-1} + \boldsymbol{B}_{k-1}\boldsymbol{Q}_{k-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}_{k-1} + \\
\qquad \boldsymbol{A}_{k-1}\boldsymbol{B}_{k-2}\boldsymbol{Q}_{k-2,k-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}_{k-1} + \boldsymbol{B}_{k-1}\boldsymbol{Q}_{k-1,k-2}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}_{k-2}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}_{k-1} \\
\boldsymbol{M}^i_{k-1} = \sum_{p=1}^{n}(\boldsymbol{P}^{i,p}_{k-1|k-1}(\boldsymbol{H}^p_k\boldsymbol{A}_{k-1})^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{G}^i_{k-1}(\boldsymbol{H}^p_k\boldsymbol{B}_{k-1})^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{U}^{i,p}_{k-1})\boldsymbol{\theta}^p_k \\
\boldsymbol{L}_{k-1} = \sum_{p=1}^{n}\boldsymbol{\theta}^p_k(\boldsymbol{H}^p_k\boldsymbol{A}_{k-1}\boldsymbol{G}^p_{k-1} + \boldsymbol{H}^p_k\boldsymbol{B}_{k-1}\boldsymbol{Q}_{k-1} + (\boldsymbol{S}^p_{k-1,k})^{\mathrm{T}}) \\
\boldsymbol{U}^{i,p}_{k-1} = \boldsymbol{B}_{k-1}\boldsymbol{S}^p_{k-1,k} - \boldsymbol{K}^i_{k-1}\sum_{p=1}^{n}\boldsymbol{\theta}^q_{k-1}\boldsymbol{R}^{q,p}_{k-1,k}, \quad p = 1,2,\cdots,n
\end{cases}
\tag{4-30}
$$

形式的解。

证明：第 i 个和第 j 个子系统的估计值分别是 $\hat{x}^i_{k|k}$ 和 $\hat{x}^j_{k|k}$，它们是基于一步预测演化得到的。不失一般性，重组的鲁棒卡尔曼类型滤波器可以通过以下的迭代形式设计得到。

$$
\begin{cases}
\hat{x}^i_{k|k-1} = \boldsymbol{A}_{k-1}\hat{x}^i_{k-1|k-1} \\
\hat{x}^i_{k|k} = \boldsymbol{A}_{k-1}\hat{x}^i_{k-1|k-1} + \boldsymbol{K}^i_k\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k
\end{cases}
\tag{4-31}
$$

和

$$
\begin{cases}
\hat{x}^j_{k|k-1} = \boldsymbol{A}_{k-1}\hat{x}^j_{k-1|k-1} \\
\hat{x}^j_{k|k} = \boldsymbol{A}_{k-1}\hat{x}^j_{k-1|k-1} + \boldsymbol{K}^j_k\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k
\end{cases}
\tag{4-32}
$$

与式(4-20)和式(4-23)的求解过程相似，在 k 时刻，第 i 个子系统和第 j 个子系统相对应的一步预测误差协方差和滤波误差协方差矩阵可以分别计算求解，其计算结果为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{i,j} &= E(\tilde{x}_{k|k-1}^{i}(\tilde{x}_{k|k-1}^{j})^{\mathrm{T}}) \\ &= \boldsymbol{A}_{k-1}\boldsymbol{P}_{k-1|k-1}^{i,j}\boldsymbol{A}_{k-1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{B}_{k-1}\boldsymbol{Q}_{k-1}\boldsymbol{B}_{k-1}^{\mathrm{T}} + \\ &\quad \boldsymbol{C}_{k-1}\boldsymbol{X}_{k-1}\boldsymbol{C}_{k-1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{B}_{k-1}(\boldsymbol{G}_{k-1}^{j})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_{k-1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{A}_{k-1}\boldsymbol{G}_{k-1}^{i}\boldsymbol{B}_{k-1}^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{4-33}$$

和

$$\begin{aligned}\boldsymbol{P}_{k|k}^{i,j} &= E(\tilde{x}_{k|k}^{i}(\tilde{x}_{k|k}^{j})^{\mathrm{T}}) \\ &= \boldsymbol{P}_{k|k-1}^{i,j} + \boldsymbol{K}_{k}^{i}\boldsymbol{P}_{k}(\boldsymbol{K}_{k}^{j})^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{A}_{k-1}\boldsymbol{M}_{k-1}^{i}(\boldsymbol{K}_{k}^{j})^{\mathrm{T}} - \\ &\quad \boldsymbol{K}_{k}^{i}(\boldsymbol{M}_{k-1}^{j})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_{k-1}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{B}_{k-1}\boldsymbol{L}_{k-1}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{K}_{k}^{j})^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{K}_{k}^{i}\boldsymbol{L}_{k-1}\boldsymbol{B}_{k-1}^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{4-34}$$

式(4-33)和式(4-34)中的符号定义如下：$\boldsymbol{G}_{k-1}^{i} \triangleq E(\tilde{x}_{k-1|k-1}^{i}\boldsymbol{\omega}_{k-1}^{\mathrm{T}})$，$\boldsymbol{M}_{k-1}^{i} \triangleq E(\tilde{x}_{k-1|k-1}^{i}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{k}^{\mathrm{T}})$，$\boldsymbol{X}_{k-1} \triangleq E(x_{k-1}x_{k-1}^{\mathrm{T}})$，$\boldsymbol{P}_{k} \triangleq E(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{k}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{k}^{\mathrm{T}})$，$\boldsymbol{L}_{k-1} \triangleq E(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{k}\boldsymbol{\omega}_{k-1}^{\mathrm{T}})$。在引理4.1中，$\boldsymbol{P}_{k}$ 由式(4-13)计算得到。依据注释4.1以及噪声之间的交叉相关性，期望值 $\boldsymbol{G}_{k-1}^{i}$、$\boldsymbol{M}_{k-1}^{i}$、$\boldsymbol{X}_{k-1}$ 以及 $\boldsymbol{L}_{k-1}$ 经过推导，得到以下形式

$$\boldsymbol{G}_{k-1}^{i} = \boldsymbol{B}_{k-2}\boldsymbol{Q}_{k-2,k-1} - \boldsymbol{K}_{k-1}^{i}\sum_{p=1}^{n}\boldsymbol{\theta}_{k-1}^{p}(\boldsymbol{H}_{k-1}^{p}\boldsymbol{B}_{k-2}\boldsymbol{Q}_{k-2,k-1} + (\boldsymbol{S}_{k-1}^{p})^{\mathrm{T}}) \tag{4-35}$$

其中期望 $\boldsymbol{X}_{k-1} = E(x_{k-1}x_{k-1}^{\mathrm{T}})$，并且 $\boldsymbol{X}_{k}$ 等价于式(4-21)中的求解结果。

接下来，$\boldsymbol{M}_{k-1}^{i}$ 表示一步估计误差和融合新息序列之间的交叉相关矩阵，另外，期望 $\boldsymbol{L}_{k-1}$ 代表融合新息序列和过程噪声之间的交叉相关矩阵。依据式(4-11)融合新息序列的表示方式，以上的期望值分别通过下面的式子推导得到。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M}_{k-1}^{i} &= E(\tilde{x}_{k-1|k-1}^{i}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{k}^{\mathrm{T}}) \\ &= \sum_{p=1}^{n}(\boldsymbol{P}_{k-1|k-1}^{i,p}(\boldsymbol{H}_{k}^{p}\boldsymbol{A}_{k-1})^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{G}_{k-1}^{i}(\boldsymbol{H}_{k}^{p}\boldsymbol{B}_{k-1})^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{U}_{k-1}^{i,p})\boldsymbol{\theta}_{k}^{p}\end{aligned} \tag{4-36}$$

和

$$\begin{aligned}\boldsymbol{L}_{k-1} &= E(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{k}\boldsymbol{\omega}_{k-1}^{\mathrm{T}}) \\ &= \sum_{p=1}^{n}\boldsymbol{\theta}_{k}^{p}(\boldsymbol{H}_{k}^{p}\boldsymbol{A}_{k-1}\boldsymbol{G}_{k-1}^{p} + \boldsymbol{H}_{k}^{p}\boldsymbol{B}_{k-1}\boldsymbol{Q}_{k-1} + (\boldsymbol{S}_{k-1,k}^{p})^{\mathrm{T}})\end{aligned} \tag{4-37}$$

注意，式(4-36)中

$$\begin{aligned}\boldsymbol{U}_{k-1}^{i,p} &= E(\tilde{x}_{k-1|k-1}^{i}(v_{k}^{p})^{\mathrm{T}}) \\ &= \boldsymbol{B}_{k-1}\boldsymbol{S}_{k-1,k}^{p} - \boldsymbol{K}_{k-1}^{i}\sum_{p=1}^{n}\boldsymbol{\theta}_{k-1}^{q}\boldsymbol{R}_{k-1,k}^{q,p}, \quad p = 1,2,\cdots,n\end{aligned} \tag{4-38}$$

把式(4-21)、式(4-35)至式(4-37)分别代入式(4-33)，可以得到融合的卡尔曼类型的滤波器，其表示形式在式(4-29)中给定。至此，定理4.1的求解过程证明完毕。

文献[131，214]介绍了基于线性最小方差(linear minimum variance)的最优加权融合滤波方法，定理4.2采用最小化融合滤波误差互协方差的方法验证加权矩阵的最

优解。

定理 4.2：设 $\hat{x}^i_{k|k}$，$i=1,\cdots,n$ 表示 r 维随机向量 $\boldsymbol{x}$ 的无偏估计值。最优的分布式融合估计值表示为 $\hat{x}_{k|k}$，它也是一个 r 维的向量。有以下表达形式

$$J=(\boldsymbol{I}x_k-\hat{x}_{k|k})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}_{k|k}(\boldsymbol{I}x_k-\hat{x}_{k|k}) \tag{4-39}$$

其中 $\boldsymbol{I}=\underbrace{[\boldsymbol{I}_r,\cdots,\boldsymbol{I}_r]}_{n}^{\mathrm{T}}$ 是 $rn\times r$ 维矩阵，且矩阵

$$\boldsymbol{\Sigma}_{k|k}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}^{1,1}_{k|k} & \cdots & \boldsymbol{P}^{1,n}_{k|k}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ \boldsymbol{P}^{n,1}_{k|k} & \cdots & \boldsymbol{P}^{n,n}_{k|k}\end{bmatrix}=(\boldsymbol{P}^{i,j}_{k|k})_{nr\times nr} \tag{4-40}$$

是对称正定矩阵。其对应的最优信息融合估计的协方差表示为 $\boldsymbol{P}_{k|k}$，如果子系统 $i=j$，则不等式 $\boldsymbol{P}_{k|k}\leqslant\boldsymbol{P}^i_{k|k}$，$i=1,2,\cdots,n$ 成立，否则 $\boldsymbol{P}_{k|k}\leqslant\boldsymbol{P}^{i,j}_{k|k}$。

该定理应用了加权融合准则，具体的证明过程在附录 B 中给出。

分布式鲁棒卡尔曼类型的滤波融合架构的描述如图 4-3 所示。相关的符号含义说明如下。y^i_k，$i=1,\cdots,n$ 是第 i 个传感器的测量输出，$\hat{x}^{i,L}_{k|k}$ 表示融合前的局部估计值，$\boldsymbol{P}^{i,L}_{k|k-1}$ 是与其对应的滤波误差协方差；同样地，$\hat{x}^i_{k|k}$ 和 $\boldsymbol{P}^{i,j}_{k|k}$ 分别表示加权融合重组新息序列的融合估计值和滤波误差互协方差矩阵。输出 $\hat{x}_{k|k}$ 和 $\boldsymbol{P}_{k|k}$ 表示在融合中心的加权融合状态估计和误差互协方差。

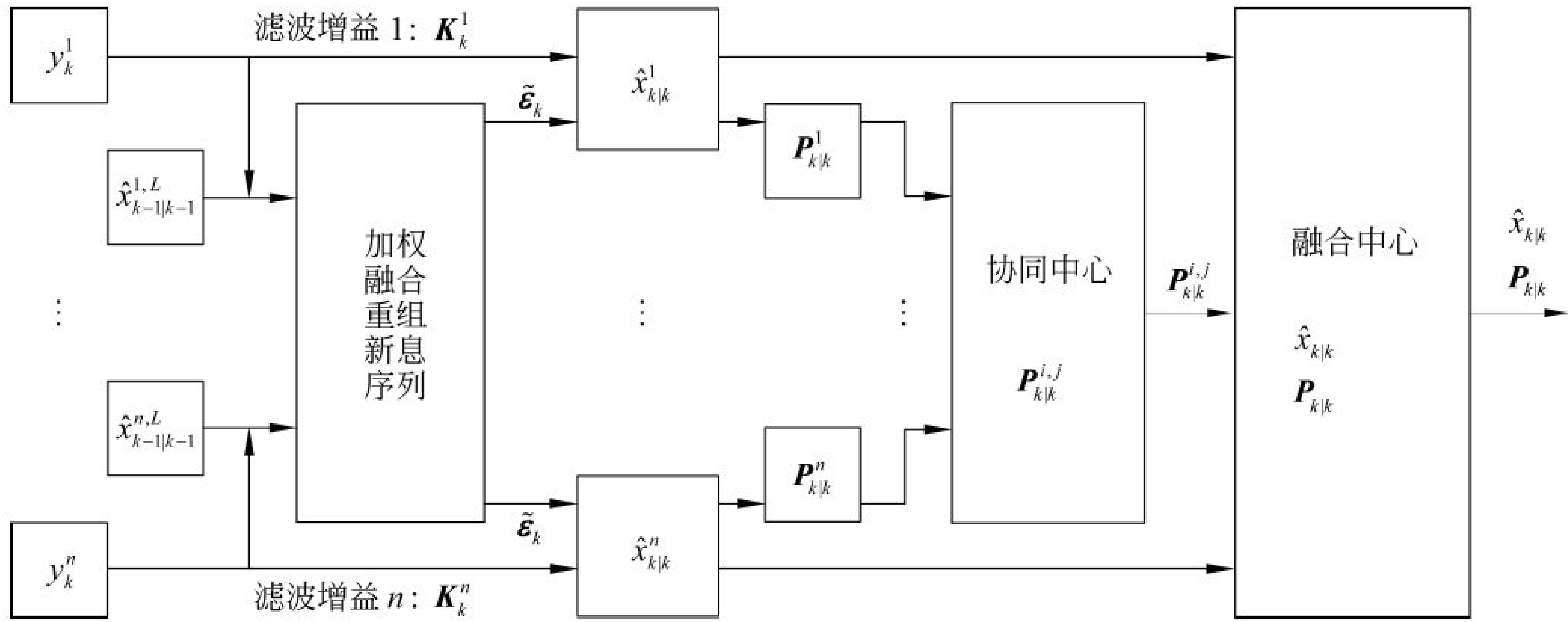


图 4-3 基于鲁棒卡尔曼一步补偿的分布式加权融合估计过程

基于定理 4.1 和定理 4.2，分布式融合估计方法的计算过程如算法 4-1 所描述。

注释 4.4：基于鲁棒卡尔曼类型滤波的分布式融合估计方法提出了一种两层加权融合策略，即加权的重组新息序列和加权的估计误差互协方差。结合上述证明，加权融合准则比采用线性最小方差矩阵的融合滤波器[131,214]拥有更高的估计精度。对于

一类随机不确定系统，同时考虑了当前时刻和前一时刻的交叉相关测量噪声以及传输时延，当并行计算可行时，将分布式鲁棒卡尔曼类型滤波方法用于融合估计可以具有灵活性和鲁棒性能。

算法 4-1　分布式融合估计方法的计算过程

输入：初始状态值 $x_{0|0}$、均值 μ_0、方差 $\boldsymbol{P}_{0|0}$ 以及采样时间 t。

for k=1 to t
　　for i=1 to n
　　　　在式(4-15)中求解 $\hat{x}^{i,L}_{k|k-1}$; // 融合前的一步预测估计值
　　　　在式(4-16)中求解 $\hat{x}^{i,L}_{k|k}$; // 融合前的滤波估计值
　　　　在式(4-25)中求解 $\boldsymbol{K}^i_k$; // 滤波增益
　　end
　　通过式(4-11)求解 $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k$; // 加权融合重组新息序列
　　for i=1 to n
　　　　for j=1 to n
　　　　　　通过式(4-31)求解 $\hat{x}^i_{k|k-1}$和 $\hat{x}^i_{k|k}$; // 第 i个子系统的状态估计
　　　　　　计算式(4-33)中的 $\boldsymbol{P}^{ij}_{k|k-1}$，式(4-34)中的 $\boldsymbol{P}^{ij}_{k|k}$; // 预测滤波误差互协方差矩阵
　　　　end
　　end
　　根据式(B-2)，求解 $\hat{x}_{k|k}=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\Lambda}^i_k\hat{x}^i_{k|k}$; // 加权融合状态估计
　　根据式(B-4)，求解 $\boldsymbol{P}_{k|k}=(\boldsymbol{I}^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}_{k|k}\boldsymbol{I})^{-1}$; // 加权融合估计误差互协方差
end

输出：状态估计值 $\hat{x}_{k|k}$，估计误差互协方差 $\boldsymbol{P}_{k|k}$。

3. 多步时延

由于通信能力有限，测量值在从传感器到估计器通过网络化系统传输的过程中，在不同的采样时间不可避免地产生随机时延。在采样时刻 k，当时延 $\tau_k \geqslant 2$ 时，式(4-1)和式(4-2)所描述的分布式系统可以转化为卡尔曼多步预测，其估计值通过重组测量值序列和新息序列得到。

考虑到重组的线性测量空间 $L\{y^i_k, \cdots, y^i_{k-\tau_k}\}$，无偏估计 $\hat{x}^i_{k|k}$ 运用多步预测补偿方法，在 k 时刻，每一步补偿由相应的 $\hat{x}^i_{k-1|k-1}$ 迭代得到。因此，多步卡尔曼类型预测器的求解需要代入一步鲁棒卡尔曼预测进行计算，其定义为

$$\hat{x}^i_{k|k}=\boldsymbol{\Phi}^i_k\prod_{p=1}^{\tau_k}\boldsymbol{A}_{k-p}\hat{x}^i_{k-\tau_k|k-\tau_k}+\boldsymbol{K}^i_k y^i_k \tag{4-41}$$

状态 x_k 可以采用以下等式估计得到。

$$x_k = \prod_{p=1}^{\tau_k} \boldsymbol{\Psi}_{k-p} x_{k-\tau_k} + \sum_{q=1}^{\tau_k-1}\left(\prod_{p=1}^{\tau_k-q} \boldsymbol{\Psi}_{k-p}\right)\boldsymbol{B}_{k-\tau_k+q-1}\omega_{k-\tau_k} + \boldsymbol{B}_{k-1}\omega_{k-\tau_k} \tag{4-42}$$

式(4-42)中的 $\boldsymbol{\Psi}_k = \boldsymbol{A}_k + \Delta\boldsymbol{A}_k$。

多步时延系统计算得到的估计误差值使用式(4-42)减去式(4-41)，因此多步预测误差值可以表示为

$$\tilde{x}^i_{k|k} = x_k - \hat{x}^i_{k|k} = \boldsymbol{\Phi}^i_k\left(x_k - \prod_{p=1}^{\tau_k}\boldsymbol{A}_{k-p}\hat{x}^i_{k-\tau_k|k-\tau_k}\right) - \boldsymbol{K}^i_k v^i_k \tag{4-43}$$

式(4-43)中的 $\boldsymbol{\Phi}^i_k = \boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}^i_k\boldsymbol{H}^i_k$。根据估计误差 $\tilde{x}^i_{k-\tau_k|k-\tau_k}$，与保守的局部稳态误差 $\tilde{x}^i_{k|k}$ 相对应的多步预测误差协方差矩阵 $\boldsymbol{P}^i_{k|k} = E(\tilde{x}^i_{k|k}\ (\tilde{x}^i_{k|k})^{\mathrm{T}})$，它是由矩阵 $\boldsymbol{P}^i_{k-\tau_k|k-\tau_k}$ 推导得到的。

为了减少计算负担并简化增广状态，时变的多步传输时延可以转化为一步的传输时延补偿策略。

4.4 数值验证

本节对提出的基于鲁棒卡尔曼滤波的分布式加权融合估计方法进行验证，通过算例说明其方法的有效性。

下面描述的跟踪系统包含四个传感器，建立带有传输时延、随机不确定性以及交叉相关噪声的分布式网络化系统模型，其在文献[130，131，136，214]中有相似表达。

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \left(\begin{bmatrix} 0.96 & T & T^2/2 \\ 0 & 0.96 & T \\ 0 & 0 & 0.96 \end{bmatrix} + \Delta\boldsymbol{A}_k\right)x_k + \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \\ 1 \end{bmatrix}\omega_k,\quad k = 1,2,\cdots,n \tag{4-44}$$

$$y^i_k = \boldsymbol{H}^i_k x_{k-\tau_k} + v^i_k,\quad i = 1,2,3,4 \tag{4-45}$$

$$\Delta\boldsymbol{A}_k = \boldsymbol{C}_k\xi_k \tag{4-46}$$

$$\omega_k = \eta_k + \eta_{k-1} \tag{4-47}$$

$$v^i_k = \beta_i\omega_{k-1} + \beta_i\eta_k,\quad i = 1,2,3,4 \tag{4-48}$$

其中，符号 T 表示采样周期，设置为 0.1s，系统状态 $x_k = (s_k \quad \dot{s}_k \quad \ddot{s}_k)^{\mathrm{T}}$ 由目标的位置、速度和加速度三部分组成，其采样时刻是 kT。$\xi_k \in \boldsymbol{R}$ 代表状态依赖噪声，它是方差为 $\sigma^2_\xi = 1$ 的零均值白噪声，$\eta_k \in \boldsymbol{R}$ 是方差为 $\sigma^2_\eta = 0.09$ 的零均值白噪声，且 ξ_k 和 η_k 之间是相互独立的。设状态转移矩阵 $\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix}$，用于描述系统内部

的不确定性。y_k^i (i=1,2,3,4)是四个传感器测得的带有时延为 $\tau_k = 1$ 的测量值,它们分别测量位置、速度和加速度值。测量矩阵分别设置为 $\boldsymbol{H}_1 = [1 \quad 0.6 \quad 0.8]$、$\boldsymbol{H}_2 = [0.8 \quad 1 \quad 0.5]$、$\boldsymbol{H}_3 = [0.8 \quad 0.3 \quad 1]$ 和 $\boldsymbol{H}_4 = [0.6 \quad 0.5 \quad 1]$。考虑到噪声的交叉相关性,式(4-48)中的变量 β_i 用于决定相关性的强度,其值设为 $\beta_1 = 1$、$\beta_2 = 0.8$、$\beta_3 = 2$ 和 $\beta_4 = 5$。

不失一般性,式(4-47)中的过程噪声 ω_k 的方差为 $\boldsymbol{Q}_k$,式(4-48)对应的测量噪声 v_k^i 和 v_k^j 的协方差表示为 $\boldsymbol{R}_k = (\boldsymbol{R}_k^{i,j})_{n\times n}$,考虑其统计特性,协方差可以通过以下形式得到。

$$\boldsymbol{R}_k = \begin{bmatrix} \beta_1^2 & \beta_1\beta_2 & \beta_1\beta_3 & \beta_1\beta_4 \\ \beta_2\beta_1 & \beta_2^2 & \beta_2\beta_3 & \beta_2\beta_4 \\ \beta_3\beta_1 & \beta_3\beta_2 & \beta_3^2 & \beta_3\beta_4 \\ \beta_4\beta_1 & \beta_4\beta_2 & \beta_4\beta_3 & \beta_4^2 \end{bmatrix} (\boldsymbol{Q}_k + \sigma_{\eta_k}^2) \tag{4-49}$$

同样地,过程噪声和测量噪声之间的互协方差 $\boldsymbol{S}_k$ 可以表示为

$$\boldsymbol{S}_k = [\beta_1 \quad \beta_2 \quad \beta_3 \quad \beta_4]^{\mathrm{T}} (\sigma_{\eta_{k-1}}^2 + \sigma_{\eta_k}^2) \tag{4-50}$$

的形式。

设置状态的初始值,均值和方差分别为 $\hat{x}_{0|0} = \mu_0 = E(x_0) = [1 \quad 1 \quad 1]^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{P}_{0|0} = 0.01\boldsymbol{I}_3$。提出的分布式鲁棒卡尔曼类型的滤波(distributed robust Kalman-type filtering, DRKF)方法与最优的序贯融合(OSF)方法以及加权鲁棒卡尔曼滤波(WRKF)方法相比较。实验选取了 300 个采样点,并基于 300 次的蒙特卡罗(Monte Carlo)模拟计算得到相应的结果。图 4-4 显示的是过程噪声和测量噪声的交叉相关性,其相关性的数学表达式由式(4-3)、式(4-47)和式(4-48)得到。为了更清楚地解释传输时延和交叉相关性之间的关联关系,图 4-4 中绘制了测量噪声分别与第 2 个传感器以及第 3 个传感器的过程噪声的相关性。

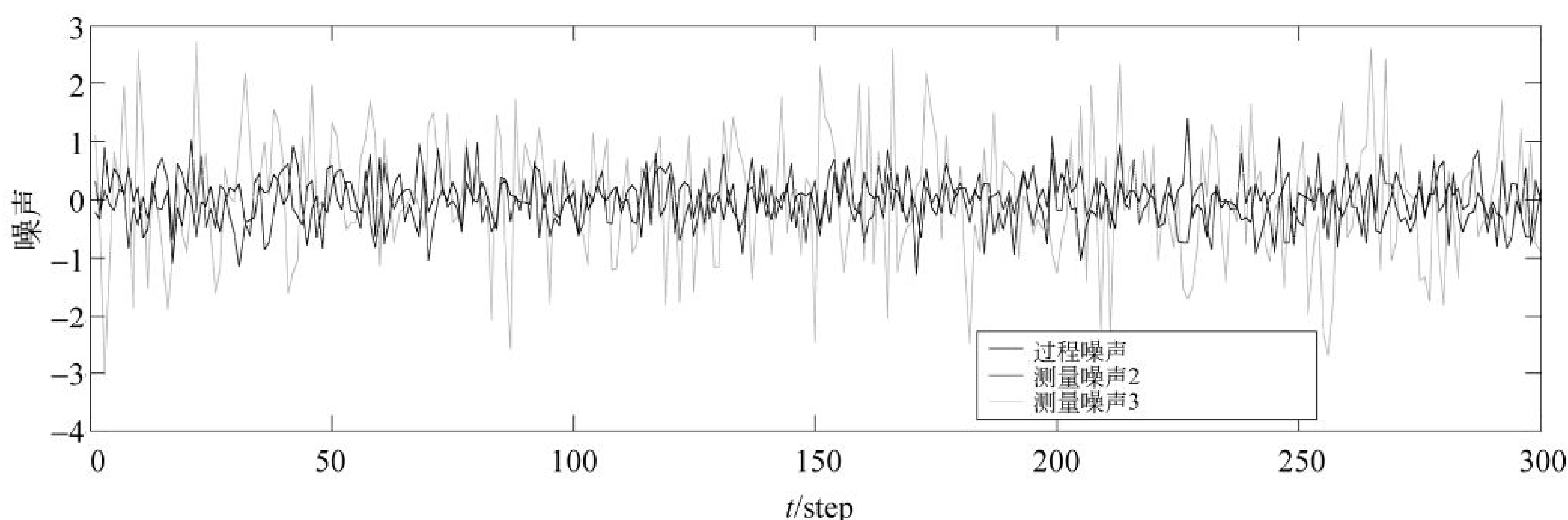
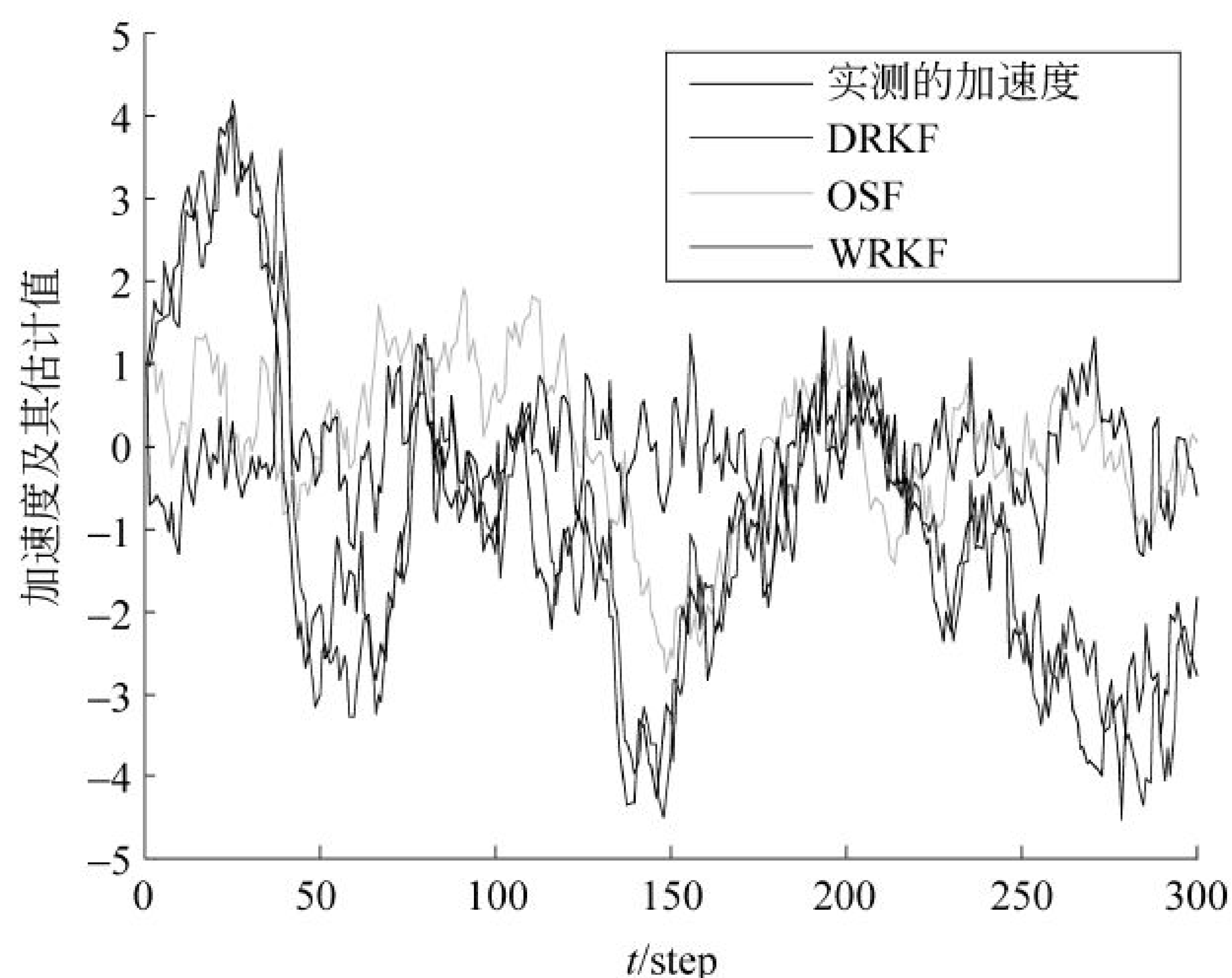
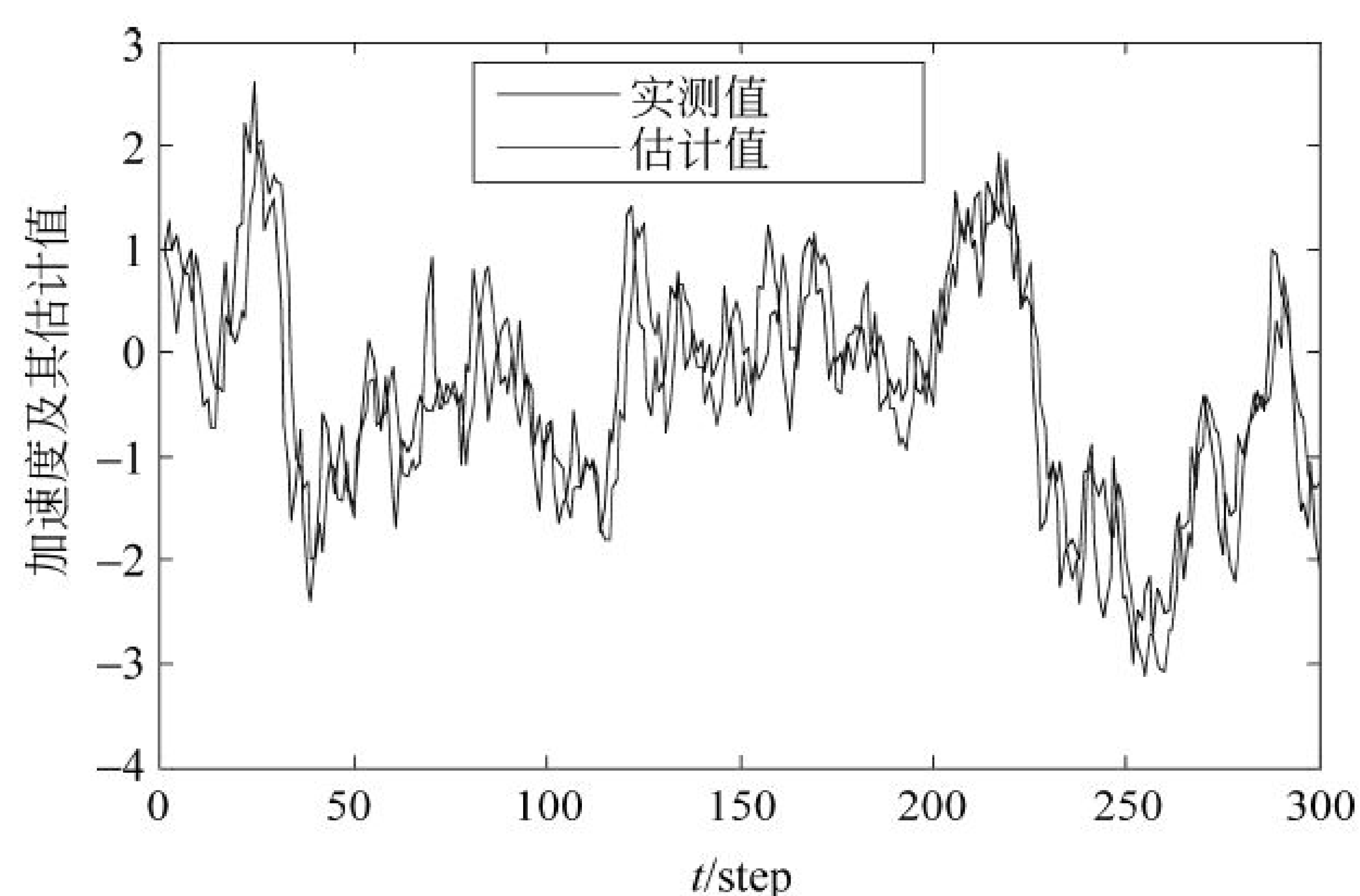


图 4-4　噪声的交叉相关性

加速度状态 $\dddot{x}(k)$ 的滤波结果如图 4-5 所示。为了证明加权融合方法能够提高估计精度，图 4-5(a)展示了提出的分布式鲁棒卡尔曼型滤波方法，其在处理传输时延和交叉相关噪声方面比 WRKF 和 OSF 方法具有更好的跟踪效果。图 4-5 显示了每个传感器在采样时刻的真实状态与估计状态。由于传输时延的存在，被估计的状态会出现波峰和波谷等情况；同时，交叉相关噪声使曲线的跟踪路径不平滑，当互相关噪声的强度较小时，目标跟踪的估计值主要依赖于分布式鲁棒卡尔曼滤波方法。

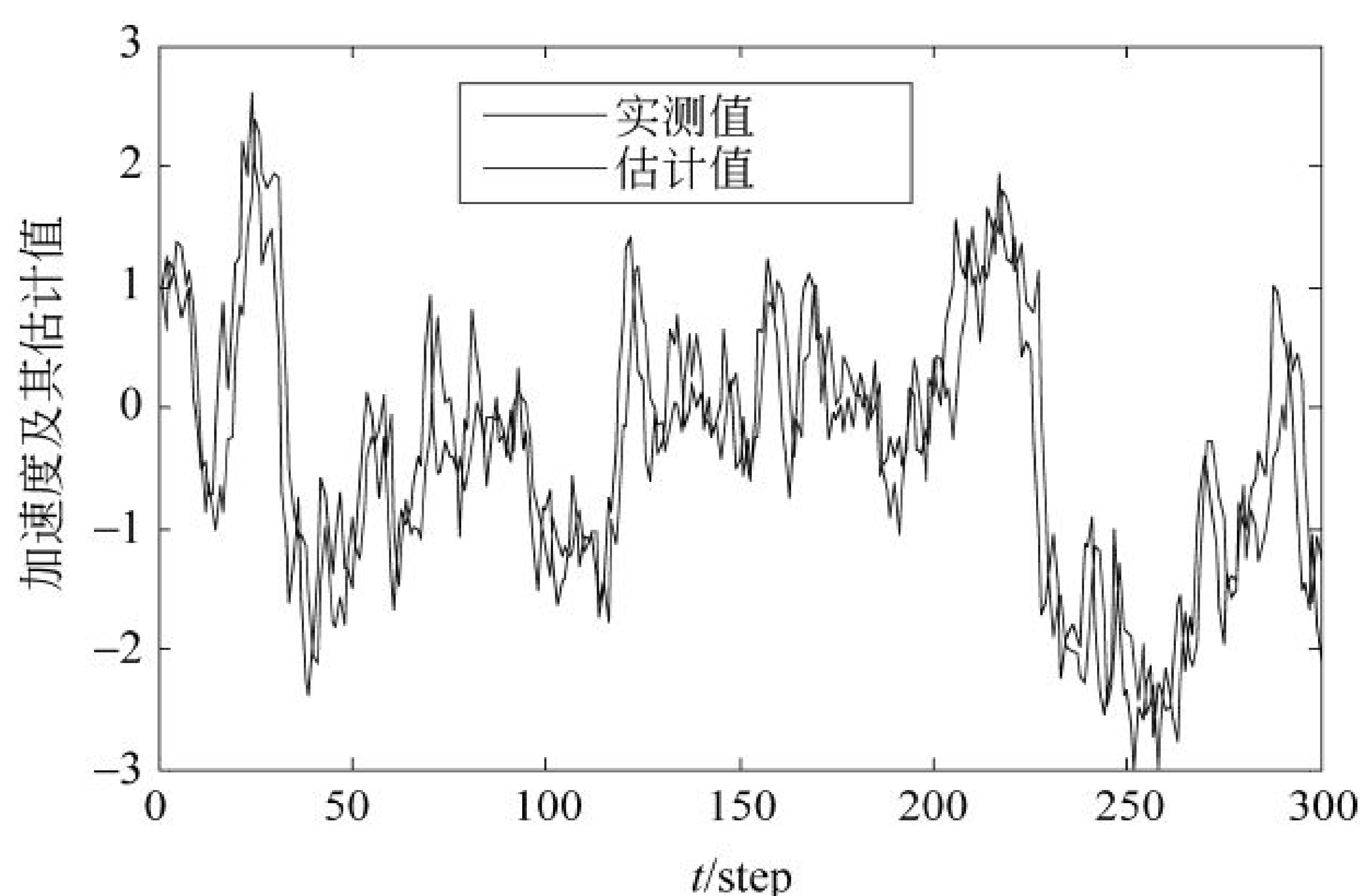


(a) DRKF、OSF和WRKF方法的状态估计比较

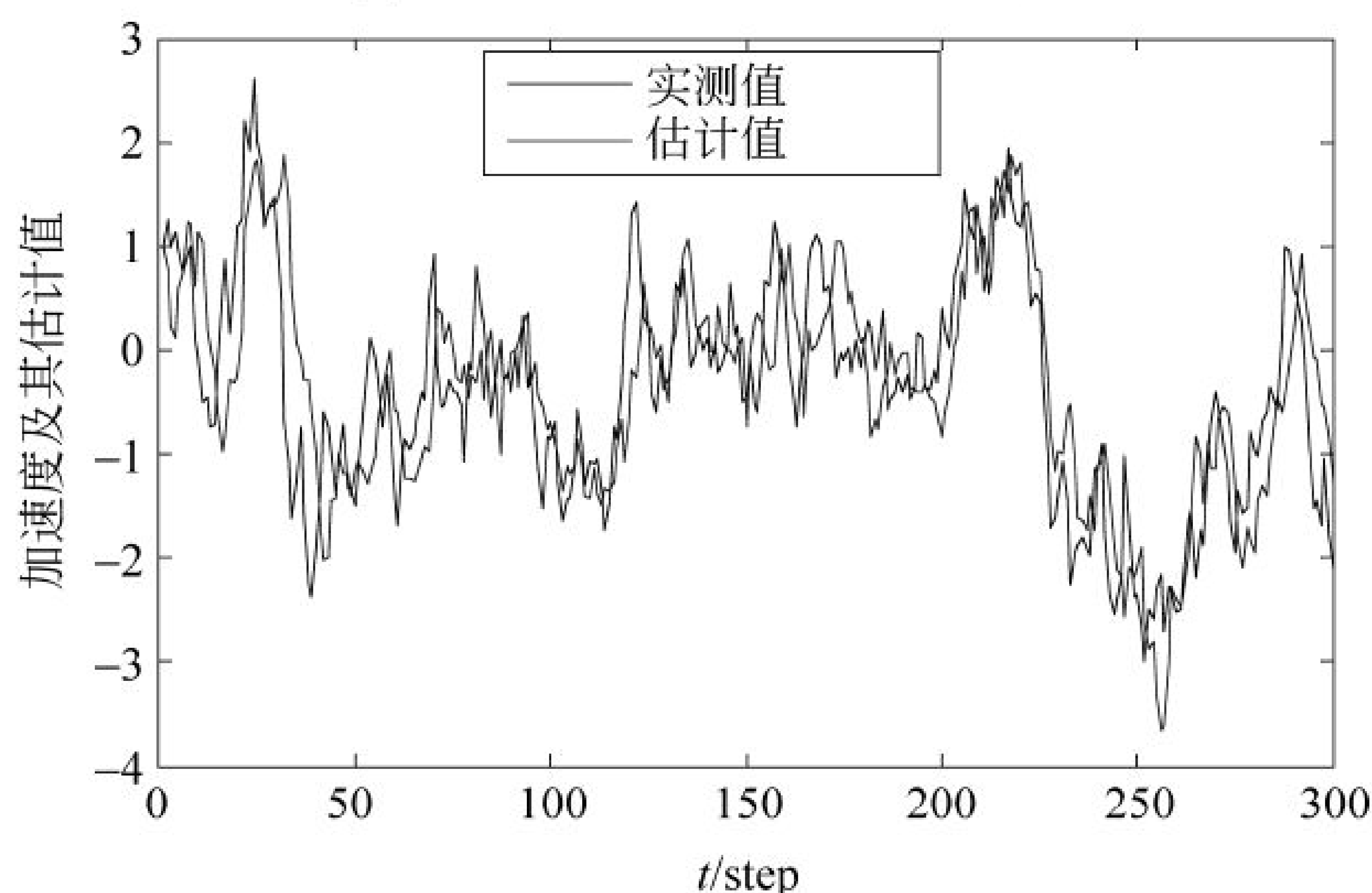


(b) 第1个传感器的加速度的估计值

图 4-5 加速度状态及其估计值的比较



(c) 第2个传感器的加速度的估计值



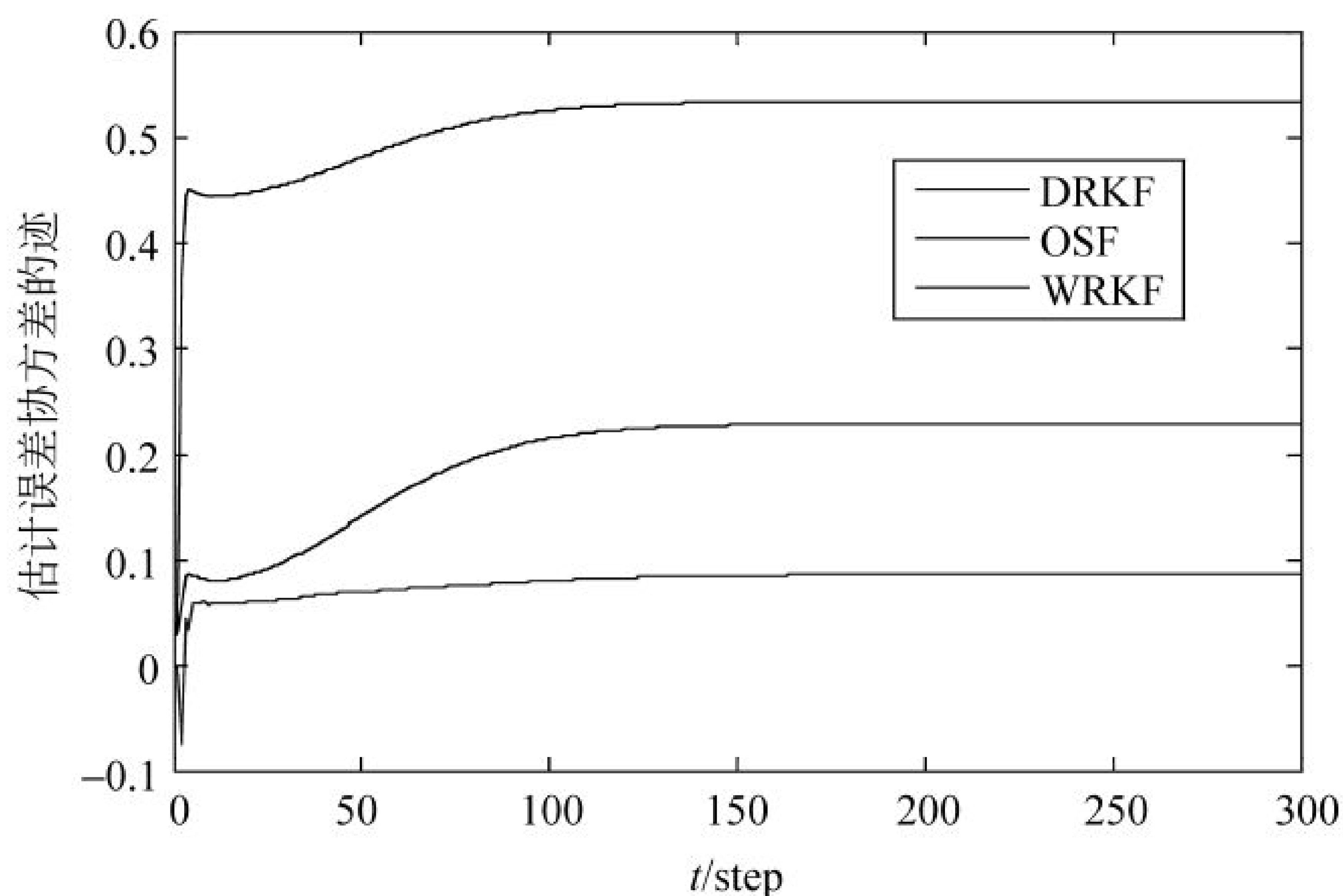
(d) 第3个传感器的加速度的估计值

图 4-5（续）

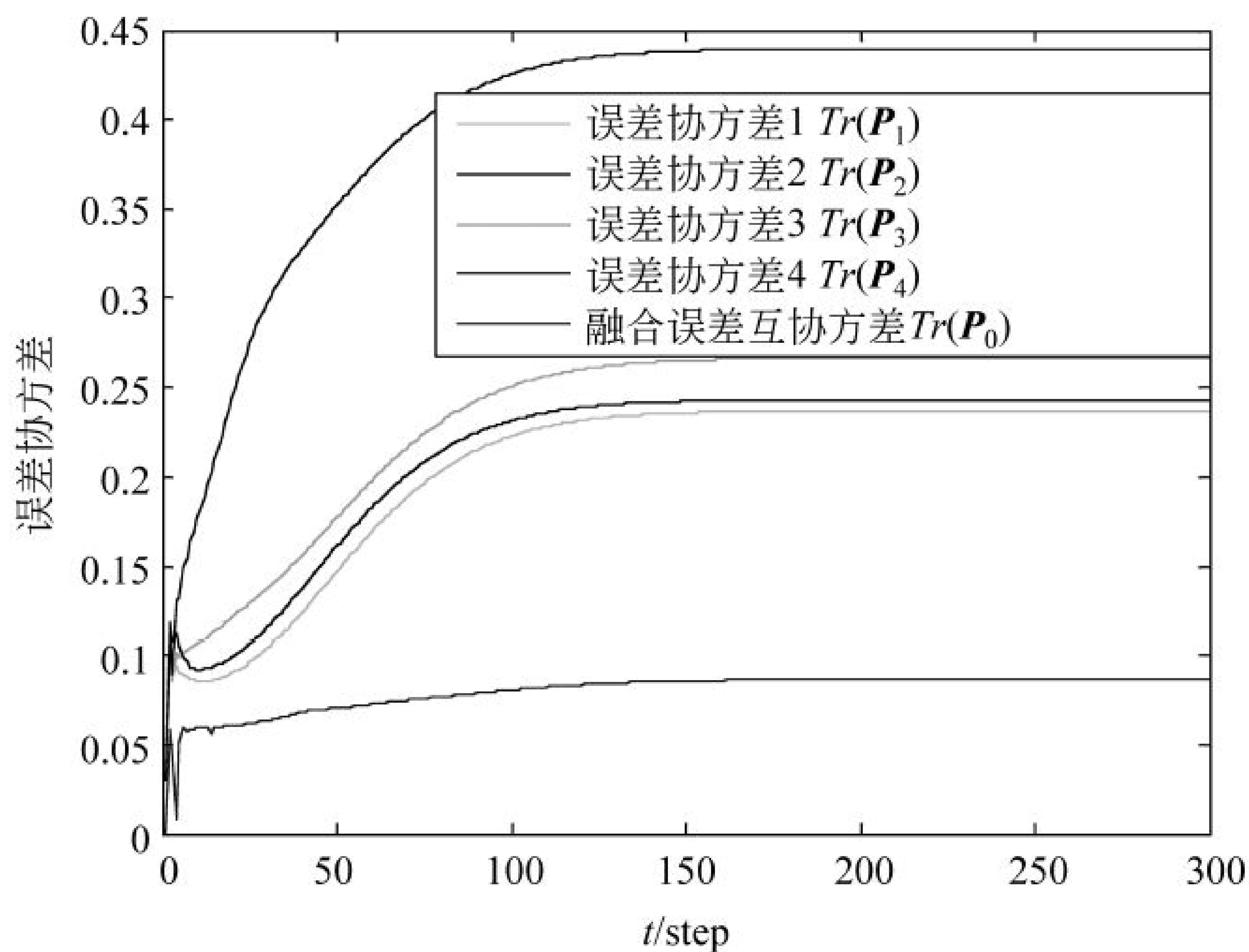
为了进一步验证所提出方法的有效性，估计误差协方差结果的对比分析如图 4-6 所示。图 4-6(a)展示的是 DRKF 方法与 WRKF 方法以及 OSF 方法的比较；图 4-6(b)表明了应用 DRKF 方法得到的每个滤波器的误差协方差，以及融合估计得到的误差协方差的对比效果，其中函数 $Tr(\boldsymbol{P})$表示矩阵 $\boldsymbol{P}$ 的迹。

该方法利用加权融合重组新息序列，融合了每个传感器在传输过程中的干扰因素，抑制了噪声对测量结果的影响。如图 4-5(a)和图 4-6(a)所示，提出的加权融合方法能够快速地收敛到一个稳定状态，因此在早期采样时间间隔中，出现的跳变现象被削弱。此外，最优的信息加权融合估计方法可以用来获取鲁棒且最优的稳态值。

鲁棒性和实际精度的性能指标通过均方误差(mean square error, MSE)[134]值验证。该性能指标依赖于真实的状态值和估计值之间的误差大小，由式(4-51)计算得到。



(a) OSF、WRKF以及DRKF的估计误差协方差



(b) DRKF方法中每个传感器以及融合得到的估计误差协方差

图 4-6　滤波误差协方差的比较

$$\mathrm{MSE}=\frac{1}{q}\sum_{i=1}^{q}((x_k-\hat{x}_{k|k})^{\mathrm{T}}(x_k-\hat{x}_{k|k})) \tag{4-51}$$

其中 q 表示采样时间。在各态历经性遍历中，当采样时刻 k 和采样时间 q 趋向于无穷时，即 $k\to\infty$ 且 $q\to\infty$，MSE 的值趋向于状态估计误差协方差的迹，即 MSE $\to Tr(\boldsymbol{P})$。面向加速度的状态，采用 OSF、WRKF 以及 DRKF 方法，由每个传感器得到的 MSE 值以及融合方法得到的 MSE 值的对比结果如表 4-1 所示。表 4-2 列出了各方法得到的误差协方差的迹。注意，MSE 和迹的值都是从每个传感器以及融合中心计算得到的。

表 4-1　滤波器对于加速度状态的均方误差值比较

传感器	OSF	WRKF	DRKF
传感器 1	2.1420	1.6108	0.2385
传感器 2	2.1413	1.6050	0.2464
传感器 3	2.1397	1.6673	0.3229
传感器 4	2.1502	1.5650	0.4550
融合的 MSE	1.0153	0.3313	0.2056

表 4-2　对比估计误差协方差的迹

误差协方差	OSF	WRKF	DRKF
$Tr(\boldsymbol{P}_1)$	0.1553	0.1515	0.1476
$\mathrm{Tr}(\boldsymbol{P}_2)$	0.1550	0.1544	0.1479
$\mathrm{Tr}(\boldsymbol{P}_3)$	0.2010	0.1617	0.1596
$\mathrm{Tr}(\boldsymbol{P}_4)$	0.3257	0.2111	0.2105
$\mathrm{Tr}(\boldsymbol{P}_0)$	0.1084	0.1534	0.0943
估计误差协方差的迹	0.1626	0.2055	0.0941

根据仿真结果以及均方误差和估计误差协方差的迹的相关准则，所提出的分布式卡尔曼型滤波器为融合估计提供了最优的性能，即迅速收敛到稳定状态，减轻不确定性对系统的干扰，融合的方法比每个局部的估计能够产生较高的测量精度。

4.5　本章小节

基于鲁棒卡尔曼滤波，本章研究了一种分布式感知和集中融合的估计策略。为了解决最优状态估计问题，含有传输时延和交叉相关噪声的分布式随机不确定系统被引入传感器网络。提出了两层的加权融合方案，其中包括重组的新息序列和滤波误差互协方差方法。依据分布式的信息融合和新息序列重组准则，提出的方法用于减轻大规模网络化系统的通信负担，抑制噪声干扰，降低计算复杂度，并能够进一步提高估计精度。经过理论推导，该方法具有灵活性、鲁棒性和可扩展性。实验部分通过数值仿真结果表明，提出的方法对于状态估计具有实时且准确跟踪动态系统状态的能力。

第 5 章

随机不确定系统的建模与滤波

5.1 引言

由于通信技术的飞速发展，以及日益增加的大规模信息，复杂网络化系统已成功应用在各种重要的应用领域[2,216]。为了适应复杂大规模系统不断增长的信息计算和感知需求，有必要设计合理的通信方案，以提高物理器件和计算单元之间的通信链路的处理能力，进而提高系统的灵活性，并降低安装和维护成本[1,2,175]。由于受到通信带宽等因素的制约，网络化系统不可避免地存在网络诱导的现象，如传输延迟、数据丢失、数据包错序、测量值缺失或衰退以及时变的采样或传输时间间隔等，这些现象通常会降低复杂网络化系统的性能[169]。因此，研究网络引起的现象对于复杂网络化系统具有重要的意义。

第 4 章为了解决最优状态估计问题，含有传输时延和交叉相关噪声的分布式随机不确定系统被引入传感器网络。本章面向不确定的时变系统，考虑其噪声的交叉相关性以及系统的测量值通过网络传输的过程中，在接收端收到的带有随机传输延迟和数据包错序现象的数据，针对网络诱导的现象采用 ZOH 和逻辑 ZOH 信号选择方案统一建立系统模型，旨在设计一种基于线性补偿估计方法的鲁棒有限时域滤波器。

注意：本章中的符号含义表示如下。符号 $E(\cdot)$ 代表数据期望操作，上标符号 T 表示转置。$\mathbb{R}^r$ 代表 r 维欧几里得空间，并且 $\mathbb{R}^{r\times r}$ 代表所有 $r\times r$ 维实数集矩阵。对于实对称矩阵 $\boldsymbol{M}>0$，表示 $\boldsymbol{M}$ 是正定矩阵，$\boldsymbol{M}^{-1}$ 代表正定矩阵 $\boldsymbol{M}$ 的逆，同时 $Tr(\boldsymbol{M})$ 是矩阵 $\boldsymbol{M}$ 的迹。δ_{k-l} 是克罗内克(Kronecker)函数。

5.2　问题阐述

5.2.1　系统描述

为了描述系统的随机不确定性，系统模型通过不确定性参数即乘性噪声[130,141,161,213]建立。假设一个动态对象的轨迹可以被感知并测量得到，由以下不确定线性离散时间系统通过传感器的测量模型方程描述，其描述形式在文献[168，213，217]中有相似的研究。

$$x(k+1)=(\boldsymbol{A}_k+\boldsymbol{F}_k F_k \boldsymbol{E}_k)x(k)+\boldsymbol{B}_k w_k,\quad k=1,2,\cdots,n \tag{5-1}$$

$$z(k)=(\boldsymbol{C}_k+\boldsymbol{H}_k F_k \boldsymbol{E}_k)x(k)+v_k \tag{5-2}$$

式(5-2)中，$x(k)\in\mathbb{R}^r$ 表示被估计的状态过程，$z(k)\in\mathbb{R}^m$ 是 k 时刻的测量输出。标量 F_k 代表时变的参数不确定性，用于描述乘性噪声。参量 $\boldsymbol{F}_k$、$\boldsymbol{H}_k$ 和 $\boldsymbol{E}_k$ 是已知的时变矩阵。$w_k\in\mathbb{R}$ 和 $v_k\in\mathbb{R}^m$ 代表过程噪声和测量噪声，它们是均值为零的白噪声，且方差分别为 $\boldsymbol{Q}_k$ 和 $\boldsymbol{R}_k$。系数 $\boldsymbol{A}_k\in\mathbb{R}^{r\times r}$、$\boldsymbol{B}_k\in\mathbb{R}^r$、$\boldsymbol{C}_k\in\mathbb{R}^{m\times r}$ 由实数组成，是已知的时变矩阵。初始状态 $x(0)$ 的均值为 μ_0，方差为 $\boldsymbol{P}_0$，并且假设它和其他噪声信号是不相关的。注意，参数 F_k 满足条件 $F_k F_k^{\mathrm{T}}\leqslant I$，即其方差矩阵不大于单位阵。

5.2.2　基于序列重排的建模

在网络传输过程中考虑到有限的带宽，数据传输不可避免地产生网络拥塞。设计带有网络诱导现象的滤波过程由图 5-1 所示，该图分析了处理传输延迟和数据包错序的情况。

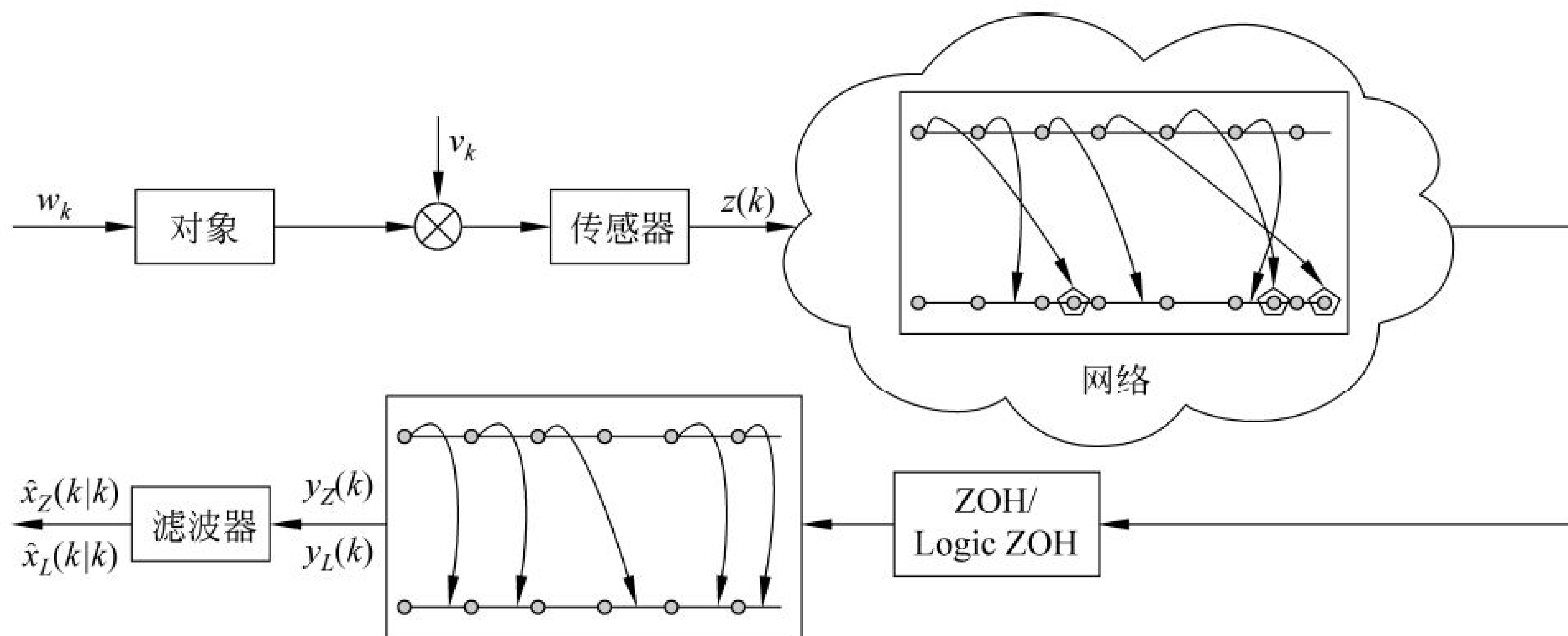


图 5-1　受传输延迟和数据包错序影响的滤波原理

在图 5-1 中，ZOH 和逻辑 ZOH 方案用于主动丢弃错序的数据包。注意，信号采样是属于时间驱动的，而 ZOH 和逻辑 ZOH 信号选择策略是事件驱动的。

注释 5.1：在网络中传输前的数据包带有时间戳。ZOH 方案存储最近的数据包，其他的带有时间戳的数据包将被丢弃。当数据包在当前时刻没有收到数据时，为了构建可靠的通信链路，前一时刻的数据包将会作为补偿，成为当前时刻接收的数据包。信号选择机制 ZOH 在文献[153，174]中有相关研究。对于逻辑 ZOH 方案，其设计动机是选择最新的数据包数据，这意味着逻辑 ZOH 接收到一个新的输出值信号时，存储的数据包将会更新。因为传输之前的最新数据包更接近于最新的被估计的实际信号，所以针对网络诱导的数据包错序现象通过逻辑 ZOH 方案能够被主动丢弃。有关逻辑 ZOH 方案的信号选择机制的描述在文献[173-175]中有研究。

不失一般性，系统的测量值被连续的等周期采样，采样周期为 T，采样时间间隔为 t，$t\in\{kT, k\in\mathbb{N}\}$。设置最大的延迟不超过 N 步，且每步的延迟不超过当前时刻，即满足 $N(k)\leqslant k$。为了进一步描述网络引起的不确定性，包括随机传输延迟和数据包错序现象，图 5-2 描述了一个典型的应用场景。

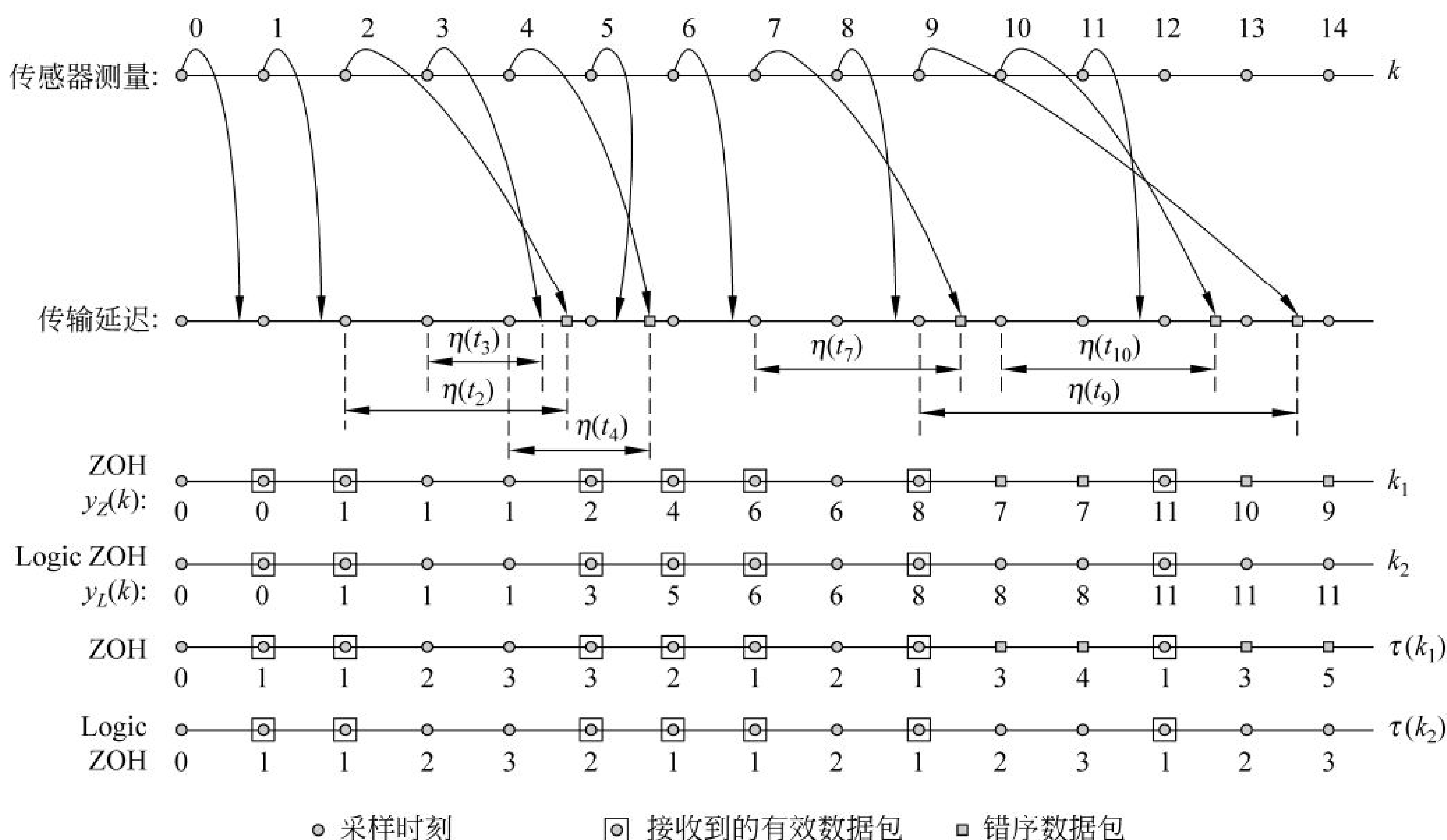


图 5-2 错序数据传输中包序列的排序过程

设置时延的上界为 $N=5$，其中在 k 时刻，$\eta(t_k)$ 表示网络引起的传输时延。图 5-2 分别演示了采用 ZOH 和逻辑 ZOH 方案能够接收到的有效的数据包。采样数

据包包含以下三种情况。

情况 1：当 $t \in [2T, 5T)$ 时，由于传输延迟分别表示为 $\eta(t_2)=2T+\eta'(t_2)$，$\eta(t_3)=1T+\eta'(t_3)$ 和 $\eta'(t_2)>\eta'(t_3)$，其中 $\eta'(t_k)$ 是在一个采样周期的传输时延，信号 $z(2)$ 和 $z(3)$ 产生了数据包错序现象。应用 ZOH 在采样时刻接收端没有接收时间戳是 $3T$ 时刻的数据包；但是采用逻辑 ZOH 方案，信号 $z(2)$ 被丢弃。

情况 2：在采样时刻 $9T$ 和 $10T$ 时，使用 ZOH 方案，数据包错序仍然存在，且接收到的有效数据分别是 $z(8)$ 和 $z(7)$。与此相反，使用逻辑 ZOH 策略，在第 10 个采样时刻，$z(7)$ 被丢弃，因为只有最新的带有时间戳的数据 $z(8)$ 被存储。

情况 3：当采样时间取 $t \in [12T, 14T)$ 时，使用 ZOH 方案，接收到的有效数据分别是 $z(11)$、$z(10)$ 和 $z(9)$，这些数据是传输的最近的数据包，但是数据包错序现象依然存在。然而，使用逻辑 ZOH，数据 $z(10)$ 和 $z(9)$ 会被丢弃，只存储最新的数据包 $z(11)$。

针对采样时间 t，假设当前时刻为 k，采用 ZOH 和逻辑 ZOH 方案，可以接收的传输之前的带有时间戳的数据分别是 k_1 和 k_2 时刻的信号。根据信号选择方案，在从传感器到处理器的传输过程中，采用 ZOH 和逻辑 ZOH 接收到的数据，其时延分别记为 $\eta(k_1)$ 和 $\eta(k_2)$，且满足 $0 \leqslant \eta(k_2) \leqslant \eta(k_1) \leqslant N$。为了明确阐述时间序列，$\tau(k_1) \in \mathbb{N}$ 和 $\tau(k_2) \in \mathbb{N}$ 分别用来表示两种信号处理方案在采样时刻的传输延迟，它们满足如下关系。

$$k=\tau(k_1)+k_1=\tau(k_2)+k_2 \tag{5-3}$$

由于接收的最新数据包更接近真实的当前数据，因此，引入 $\beta(k) \geqslant 0$ 用于表示接收到的数据包在传输以前的采样时间序列的关系，即 k_1 和 k_2 可以表示为

$$k_2=k_1+\beta(k) \tag{5-4}$$

相似的，由式(5-3)和式(5-4)可以演化得到两种方案的传输时延之间的关系为

$$\tau(k_2)=\tau(k_1)-\beta(k) \tag{5-5}$$

进而，当前的采样 k 以及接收到的数据包的时间戳 k_1 和 k_2 满足

$$\begin{cases} k_1=k-\tau(k) \\ k_2=k-\tau'(k) \end{cases} \tag{5-6}$$

其中，$\tau(k)=\tau(k_1)$ 且 $\tau'(k)=\tau(k)-\beta(k)$。

注释 5.2：接收到的有效数据按照信号选择机制进行重新组织。应用 ZOH 方

案,当接收到的带有时间戳的数据包数据为 $z(k_1)$ 时,存储的信号 $y_Z(k)$ 被重组为以下形式。

$$y_Z(k)=z(k-\tau(k)) \tag{5-7}$$

同样的,采用逻辑 ZOH 方案,当接收到的到达数据包数据为 $z(k_2)$ 时,存储的信号 $y_{LZ}(k)$ 可以通过以下形式建模。

$$y_{LZ}(k)=z(k-\tau'(k)) \tag{5-8}$$

式(5-8)中,设 $\tau'(k)=\tau(k)-\beta(k)$。带有时间戳的数据包意味着在通信网络中,数据在从传感器设备到滤波器的传输中,滤波器能够获得数据延迟和数据包丢失的信息[141]。

5.2.3 噪声的相关性

在实际应用中,由于网络化系统受到通信约束的影响,被测量的动态对象会受到相关噪声的影响[161,168,213],图 5-1 体现了噪声之间的相关性。假定过程噪声 w_k 和测量噪声 v_k 在相同的采样时刻存在相关性,其统计属性满足如下关系:

$$\begin{aligned}&E(w_k)=0,\quad E(v_k)=0,\\&E\left(\begin{pmatrix}w_k\\v_k\end{pmatrix}\begin{pmatrix}w_l^{\mathrm{T}} & (v_l)^{\mathrm{T}}\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}\boldsymbol{Q}_k\delta_{k,l} & \boldsymbol{S}_k\delta_{k,l}\\(\boldsymbol{S}_k)^{\mathrm{T}}\delta_{k,l} & \boldsymbol{R}_k\delta_{k,l}\end{pmatrix}\end{aligned} \tag{5-9}$$

其中,协方差 $\boldsymbol{Q}_k=\boldsymbol{Q}_k^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{R}_k=\boldsymbol{R}_k^{\mathrm{T}}$ 且 $\boldsymbol{S}_k=\boldsymbol{S}_k^{\mathrm{T}}$,它们是对称矩阵。

接收到的存储的测量序列 $\{y_Z(0),\cdots,y_Z(k-1),y_Z(k)\}$ 和 $\{y_{LZ}(0),\cdots,y_{LZ}(k-1),y_{LZ}(k)\}$ 是带有随机传输延迟和数据包错序现象的。使用 ZOH 和逻辑 ZOH 方案,设计的滤波方法将转化为采用最小误差协方差估计探测状态 $x(k)$ 的估计值 $\hat{x}_Z(k\mid k)$ 和 $\hat{x}_{LZ}(k\mid k)$,分别通过 $\hat{x}_Z(k-\tau(k)\mid k-\tau(k))$ 和 $\hat{x}_{LZ}(k-\tau'(k)\mid k-\tau'(k))$ 进行补偿。

5.3 鲁棒有限时域滤波

本节针对随机不确定系统模型(5-1)和(5-2),考虑传输延迟、数据包错序与相关性噪声对系统的影响,研究一种鲁棒滤波方法。因此,接收到的有效数据包模型如式(5-7)至式(5-8)所描述,其采用 ZOH 和逻辑 ZOH 两种信号选择方案处理错序现象,

处理步骤总结如下。

首先，带有时间戳的数据包在从传感器到滤波器通过通信网络传输时，滤波器能够利用每一时刻数据包的传输延迟和错序的相关信息进行处理。接下来，使用最小化估计误差协方差方法，求解获得状态估计的上限。对于在当前时刻接收到的有效的数据包，提出了一种线性估计方法，用于补偿随机传输延迟。最后，介绍一种基于有限时域卡尔曼型滤波的递归方法，用于补偿丢失的数据包。

在现有文献中，带有传输延迟的状态估计或滤波问题的研究主要集中在一步预测补偿策略，它的优点是具有更准确的估计值，但增加了计算复杂度。由于提出的线性估计方法是一种近似的状态估计，因此其估计精度低于一步预测补偿方法。值得注意的是，所提出的方法具有降低计算负担并且提高估计效率的显著优势。

5.3.1　基于 ZOH 的滤波

采用 ZOH 信号选择方案，在采样时刻 k，存储的信号 $y_Z(k)$ 表示的是最近到达的数据包，即 $z(k-\tau(k))$。设置变量 $t=k-\tau(k)$，由式(5-2)和式(5-7)可以得到存储的信号重组为

$$y_Z(k)=z(t)=(\boldsymbol{C}_t+\boldsymbol{H}_tF_t\boldsymbol{E}_t)x(t)+v_t \tag{5-10}$$

假定该滤波器具有足够的处理能力，能够根据所存储的测量数据 $\{y_Z(0), \cdots, y_Z(k-1), y_Z(k)\}$ 计算得到最优的状态估计 $\hat{x}_Z(t\mid t)$。

鲁棒有限时域卡尔曼型滤波的目的是应用最小的估计误差协方差进而获得有保证的上界。引理 5.1 为进一步探讨其范围的上限提供前提。

引理 5.1：假定矩阵 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{H}$、$\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{F}$ 具有已知的维度，且满足 $\boldsymbol{F}\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\leqslant\boldsymbol{I}$。不等式 $\alpha^{-1}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}\boldsymbol{X}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}>0$ 满足以下条件，设 $\boldsymbol{X}$ 是一个对称正定矩阵，设 $\alpha>0$ 是一个任意的正常数。参照文献[137，141，218]，有下列不等式成立。

$$(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{HFE})\boldsymbol{X}(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{HFE})^{\mathrm{T}}\leqslant\boldsymbol{A}(\boldsymbol{X}^{-1}-\alpha\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}+\alpha^{-1}\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} \tag{5-11}$$

且等式 $(\boldsymbol{X}^{-1}-\alpha\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E})^{-1}=\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}(\alpha^{-1}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}\boldsymbol{X}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{E}\boldsymbol{X}$ 由矩阵逆引理得到。

引理 5.2：对于变量取值 $0\leqslant t\leqslant k$，假设矩阵 $\boldsymbol{X}$ 和 $\boldsymbol{Y}$ 是对称正定矩阵，同时有关 $\boldsymbol{X}$ 和 $\boldsymbol{Y}$ 的函数 $s_t(\boldsymbol{X})$ 和 $h_t(\boldsymbol{X})$ 满足条件 $s_t(\boldsymbol{X})=s_t^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X})\in\mathbb{R}^{n\times n}$ 且 $h_t(\boldsymbol{X})=h_t^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X})\in\mathbb{R}^{n\times n}$。如果存在 $\boldsymbol{Y}>\boldsymbol{X}$，进而满足 $s_t(\boldsymbol{Y})\geqslant s_t(\boldsymbol{X})$ 和 $h_t(\boldsymbol{Y})\geqslant s_t(\boldsymbol{Y})$，此时，$M_t$ 和 N_t 的求解由下面的递推方程得到。

$$M_{t+1}=s_t(M_t),\quad N_{t+1}=h_t(N_t),\quad M_0=N_0>0 \tag{5-12}$$

式(5-12)满足 $M_t \leqslant N_t$。相似的不等式推导过程可以从文献[137，141，218]中直接得到。

因此，借助带有时间戳的重组数据包以及射影定理，设计的状态估计器由下面的递归方法得到。

$$\begin{aligned}\hat{x}_Z(t\mid t)&=\text{proj}\{x(t)\mid y_Z(k),\ y_Z(k-1),\ \cdots,\ y_Z(0)\}\\&=\hat{x}_Z(t\mid t-1)+K_{Z,t}(z(t)-\hat{C}_{Z,t}\hat{x}_Z(t\mid t-1))\end{aligned} \tag{5-13}$$

$$\begin{aligned}\hat{x}_Z(t+1\mid t)&=\text{proj}\{x(t+1)\mid y_Z(k),\ y_Z(k-1),\ \cdots,\ y_Z(0)\}\\&=\hat{\boldsymbol{A}}_{Z,t}\hat{x}_Z(t\mid t-1)+\boldsymbol{L}_{Z,t}(z(t)-\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}\hat{x}_Z(t\mid t-1))\end{aligned} \tag{5-14}$$

其中，t 表示传输之前的时间戳，$\hat{x}_Z(t\mid t)$ 代表滤波值，$\hat{x}_Z(t+1\mid t)$ 是由状态 $x(t)$ 估计得到的预测值。

1. 增广状态向量

根据式(5-13)和式(5-14)描述的状态估计方法，为了求解滤波参数 $\boldsymbol{K}_{Z,t}$、$\boldsymbol{L}_{Z,t}$、$\hat{\boldsymbol{A}}_{Z,t}$ 以及 $\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}$，需要采用最小化协方差估计方法。依据有限时域卡尔曼滤波理论，定义预测误差 $\tilde{e}_Z(t)=x(t)-\hat{x}_Z(t\mid t-1)$ 以及滤波误差 $e_Z(t)=x(t)-\hat{x}_Z(t\mid t)$，将和其对应的估计值 $\hat{x}_Z(t\mid t-1)$ 和 $\hat{x}_Z(t\mid t)$ 联合，得到下面的增广向量。

$$\begin{cases}\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}_Z(t)=\begin{bmatrix}\tilde{e}_Z(t)\\ \hat{x}_Z(t\mid t-1)\end{bmatrix},\\ \boldsymbol{\Psi}_Z(t)=\begin{bmatrix}e_Z(t)\\ \hat{x}_Z(t\mid t)\end{bmatrix},\\ \widetilde{\boldsymbol{\Psi}}_Z(t+1)=\begin{bmatrix}\tilde{e}_Z(t+1)\\ \hat{x}_Z(t+1\mid t)\end{bmatrix}\end{cases} \tag{5-15}$$

此外，已知的增广向量 $\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}_Z(t)$ 用于求解其派生的增广向量 $\boldsymbol{\Psi}_Z(t)$ 和 $\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}_Z(t+1)$。结合式(5-1)和式(5-10)，以及(5-13)至式(5-15)，考虑到传输时滞 $\tau(k)\leqslant N$，且满足 $t=k-\tau(k)$，得到增广的状态向量的具体表达形式为

$$\boldsymbol{\Psi}_Z(t)=(\boldsymbol{A}_{Z,t1}+\boldsymbol{H}_{Z,t1}\boldsymbol{F}_t\boldsymbol{E}_{Z,t1})\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}_Z(t)+\boldsymbol{D}_{Z,t1}v_t \tag{5-16}$$

$$\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}_Z(t+1)=(\boldsymbol{A}_{Z,t2}+\boldsymbol{H}_{Z,t2}\boldsymbol{F}_t\boldsymbol{E}_{Z,t2})\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}_Z(t)+\boldsymbol{B}_{Z,t2}w_t+\boldsymbol{D}_{Z,t2}v_t \tag{5-17}$$

式中的参数定义分别为

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}_{Z,t1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_{Z,t}\boldsymbol{C}_t & \boldsymbol{K}_{Z,t}(\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}-\boldsymbol{C}_t) \\ \boldsymbol{K}_{Z,t}\boldsymbol{C}_t & \boldsymbol{I}+\boldsymbol{K}_{Z,t}(\boldsymbol{C}_t-\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}) \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{H}_{Z,t1} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{K}_{Z,t}\boldsymbol{H}_t \\ \boldsymbol{K}_{Z,t}\boldsymbol{H}_t \end{bmatrix},\ \boldsymbol{E}_{Z,t1} = [\boldsymbol{E}_t \quad \boldsymbol{E}_t],\ \boldsymbol{D}_{Z,t1} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{K}_{Z,t} \\ \boldsymbol{K}_{Z,t} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{A}_{Z,t2} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_t-\boldsymbol{L}_{Z,t}\boldsymbol{C}_t & \boldsymbol{A}_t-\hat{\boldsymbol{A}}_{Z,t}+\boldsymbol{L}_{Z,t}(\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}-\boldsymbol{C}_t) \\ \boldsymbol{L}_{Z,t}\boldsymbol{C}_t & \hat{\boldsymbol{A}}_{Z,t}+\boldsymbol{L}_{Z,t}(\boldsymbol{C}_t-\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}) \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{H}_{Z,t2} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_t-\boldsymbol{L}_{Z,t}\boldsymbol{H}_t \\ \boldsymbol{L}_{Z,t}\boldsymbol{H}_t \end{bmatrix},\ \boldsymbol{E}_{Z,t2} = [\boldsymbol{E}_t \quad \boldsymbol{E}_t] \\ \boldsymbol{B}_{Z,t2} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_t \\ 0 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{D}_{Z,t2} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{L}_{Z,t} \\ \boldsymbol{L}_{Z,t} \end{bmatrix} \end{cases} \tag{5-18}$$

依据式(5-16)和式(5-17),其协方差矩阵的定义基于增广的估计向量 $\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}_Z(t)$ 和 $\boldsymbol{\Psi}_Z(t)$。因此,设置 $\widetilde{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)=E(\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}_Z(t)\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}_Z^{\mathrm{T}}(t))$ 和 $\widetilde{\boldsymbol{\Theta}}_Z(t)=E(\boldsymbol{\Psi}_Z(t)\boldsymbol{\Psi}_Z^{\mathrm{T}}(t))$,滤波协方差矩阵由投影公式和噪声的相关性计算得到:

$$\widetilde{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t) = \begin{bmatrix} \overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t) & 0 \\ 0 & \boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t) \end{bmatrix} \tag{5-19}$$

其中,定义 $\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)=E(\tilde{e}_Z(t)\ \tilde{e}_Z^{\mathrm{T}}(t))$,且 $\boldsymbol{P}(t)=E(x(t)x^{\mathrm{T}}(t))$。

因此,给定计算公式(5-16)至式(5-19),求解误差协方差矩阵由类似黎卡提方程(Riccati-like equations)演化得到,即

$$\begin{aligned} \widetilde{\boldsymbol{\Theta}}_Z(t) = {} & (\boldsymbol{A}_{Z,t1}+\boldsymbol{H}_{Z,t1}\boldsymbol{F}_t\boldsymbol{E}_{Z,t1})\widetilde{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)\ (\boldsymbol{A}_{Z,t1}+\boldsymbol{H}_{Z,t1}\boldsymbol{F}_t\boldsymbol{E}_{Z,t1})^{\mathrm{T}} + \\ & \boldsymbol{D}_{Z,t1}R_t\boldsymbol{D}_{Z,t1}^{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{5-20}$$

和

$$\begin{aligned} \widetilde{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t+1) = {} & (\boldsymbol{A}_{Z,t2}+\boldsymbol{H}_{Z,t2}\boldsymbol{F}_t\boldsymbol{E}_{Z,t2})\widetilde{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)\ (\boldsymbol{A}_{Z,t2}+\boldsymbol{H}_{Z,t2}\boldsymbol{F}_t\boldsymbol{E}_{Z,t2})^{\mathrm{T}} + \\ & \boldsymbol{B}_{Z,t2}Q_t\boldsymbol{B}_{Z,t2}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{D}_{Z,t2}R_t\boldsymbol{D}_{Z,t2}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_{Z,t2}\boldsymbol{S}_t\boldsymbol{D}_{Z,t2}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{D}_{Z,t2}\boldsymbol{S}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_{Z,t2}^{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{5-21}$$

2. 估计协方差的上界

如前面所述,选择合适的滤波协方差以及预测协方差矩阵上界可以求解滤波器的相关参数。

定理 5.1:对于 $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{HFE})\boldsymbol{X}\ (\boldsymbol{A}+\boldsymbol{HFE})^{\mathrm{T}}$ 的表示形式,根据引理 5.1 和引理 5.2,如果存在一个正的标量 α 和对称正定矩阵 $\boldsymbol{X}$,即从式(5-20)和式(5-21)可得,α_t

是一个正的标量，且 $\boldsymbol{\Sigma}_Z(t)$ 是对称正定矩阵，且满足 $\alpha_t^{-1}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}_{Z,t2}\boldsymbol{\Sigma}_Z(t)\boldsymbol{E}_{Z,t2}^{\mathrm{T}}>0$，因而可以由 $\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)$ 推导出最小的上界 $\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)\leqslant\boldsymbol{\Sigma}_Z(t)$ 和 $\tilde{\boldsymbol{\Theta}}_Z(t)\leqslant\boldsymbol{\Theta}_Z(t)$。因此，误差协方差的上界 $\boldsymbol{\Theta}_Z(t)$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}_Z(t+1)$ 可以通过下面的等式迭代求解。

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\Theta}_Z(t)=&\boldsymbol{A}_{Z,t1}\boldsymbol{\Sigma}_Z(t)\boldsymbol{A}_{Z,t1}^{\mathrm{T}}+\alpha_t^{-1}\boldsymbol{H}_{Z,t1}\boldsymbol{H}_{Z,t1}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{D}_{Z,t1}R_t\boldsymbol{D}_{Z,t1}^{\mathrm{T}}+\\
&\boldsymbol{A}_{Z,t1}\boldsymbol{\Sigma}_Z(t)\boldsymbol{E}_{Z,t1}^{\mathrm{T}}(\alpha_t^{-1}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}_{Z,t1}\boldsymbol{\Sigma}_Z(t)\boldsymbol{E}_{Z,t1}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{E}_{Z,t1}\boldsymbol{\Sigma}_Z(t)\boldsymbol{A}_{Z,t1}^{\mathrm{T}}
\end{aligned}\tag{5-22}
$$

和

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\Sigma}_Z(t+1)=&\boldsymbol{A}_{Z,t2}\boldsymbol{\Sigma}_Z(t)\boldsymbol{A}_{Z,t2}^{\mathrm{T}}+\alpha_t^{-1}\boldsymbol{H}_{Z,t2}\boldsymbol{H}_{Z,t2}^{\mathrm{T}}+\\
&\boldsymbol{A}_{Z,t2}\boldsymbol{\Sigma}_Z(t)\boldsymbol{E}_{Z,t2}^{\mathrm{T}}(\alpha_t^{-1}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}_{Z,t2}\boldsymbol{\Sigma}_Z(t)\boldsymbol{E}_{Z,t2}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{E}_{Z,t2}\boldsymbol{\Sigma}_Z(t)\boldsymbol{A}_{Z,t2}^{\mathrm{T}}+\\
&\boldsymbol{B}_{Z,t2}\boldsymbol{Q}_t\boldsymbol{B}_{Z,t2}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{D}_{Z,t2}\boldsymbol{R}_t\boldsymbol{D}_{Z,t2}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_{Z,t2}\boldsymbol{S}_t\boldsymbol{D}_{Z,t2}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{D}_{Z,t2}\boldsymbol{S}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_{Z,t2}^{\mathrm{T}}
\end{aligned}\tag{5-23}
$$

证明：定理 5.1 的证明在文献[137，141，218]中有相似的推导过程。

为了求解滤波参数，需要计算滤波和预测误差协方差的最小值。基于定理 5.1 以及卡尔曼型滤波方法，误差协方差矩阵的上界定义为

$$
E(e_Z(t)e_Z^{\mathrm{T}}(t))=[\boldsymbol{I}\quad 0]\tilde{\boldsymbol{\Theta}}_Z(t)\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}\\0\end{bmatrix}\leqslant[\boldsymbol{I}\quad 0]\boldsymbol{\Theta}_Z(t)\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}\\0\end{bmatrix}=\bar{\boldsymbol{\Theta}}_Z(t)\tag{5-24}
$$

和

$$
\begin{aligned}
E(\tilde{e}_Z(t+1)\tilde{e}_Z^{\mathrm{T}}(t+1))=&[\boldsymbol{I}\quad 0]\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t+1)\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}\\0\end{bmatrix}\\
\leqslant&[\boldsymbol{I}\quad 0]\boldsymbol{\Sigma}_Z(t+1)\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}\\0\end{bmatrix}=\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t+1)
\end{aligned}\tag{5-25}
$$

式中的 $\boldsymbol{\Theta}_Z(t)$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}_Z(t+1)$ 由式(5-22)和式(5-23)分别求解得到。

此外，定理 5.2 是用于求解 $\bar{\boldsymbol{\Theta}}_Z(t)$ 和 $\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t+1)$ 的解决方案。

定理 5.2：设 $t=k-\tau(k)$，且 t 时刻表示接收到的传输之前的时间戳。令 $\alpha_t>0$ 是一个正的标量序列。如果由以下的类似 Riccati 方程递归计算得到协方差矩阵

$$
\begin{aligned}
\bar{\boldsymbol{\Theta}}_Z(t)=&\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)+\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{M}}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)-\\
&\boldsymbol{\Lambda}_Z(t)\boldsymbol{\Xi}_Z^{-1}(t)\boldsymbol{\Lambda}_Z^{\mathrm{T}}(t)
\end{aligned}\tag{5-26}
$$

$$
\begin{aligned}
\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t+1)=&\boldsymbol{A}_t\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t))\boldsymbol{A}_t^{\mathrm{T}}-\\
&\boldsymbol{\Delta}_Z(t)\boldsymbol{\Xi}_Z^{-1}(t)\boldsymbol{\Delta}_Z^{\mathrm{T}}(t)+\boldsymbol{B}_t\boldsymbol{Q}_t\boldsymbol{B}_t^{\mathrm{T}}+\alpha_t^{-1}F_fF_t^{\mathrm{T}}
\end{aligned}\tag{5-27}
$$

$$
\boldsymbol{P}(t+1)=\boldsymbol{A}_t(\boldsymbol{P}^{-1}(t)-\alpha_t\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_t)^{-1}\boldsymbol{A}_t^{\mathrm{T}}+\alpha_t^{-1}\boldsymbol{F}_t\boldsymbol{F}_t^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_t\boldsymbol{Q}_t\boldsymbol{B}_t^{\mathrm{T}}\tag{5-28}
$$

式中定义 $\boldsymbol{\Lambda}_Z(t)=(\boldsymbol{I}+\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t)\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)\boldsymbol{C}_t^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{\Delta}_Z(t)=\boldsymbol{A}_t\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t))\boldsymbol{C}_t^{\mathrm{T}}+\alpha_t^{-1}\boldsymbol{F}_t\boldsymbol{H}_t^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_t\boldsymbol{S}_t$，满足不等式 $\boldsymbol{P}^{-1}(t)-\alpha_t\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_t>0$ 和 $\boldsymbol{M}_{Z,t}=\alpha_t^{-1}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}_t\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}>0$，则

$\overline{\boldsymbol{\Theta}}_Z(t)$、$\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t+1)$和$\boldsymbol{P}(t+1)$的解是正定矩阵。因而由式(5-13)和式(5-14)可以得到卡尔曼类型的滤波参数为

$$\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}=\boldsymbol{C}_t(\boldsymbol{I}+\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t) \tag{5-29}$$

$$\boldsymbol{K}_{Z,t}=\boldsymbol{\Lambda}_Z(t)\boldsymbol{\Xi}_Z^{-1}(t) \tag{5-30}$$

$$\hat{\boldsymbol{A}}_{Z,t}=\boldsymbol{A}_t(\boldsymbol{I}+\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t) \tag{5-31}$$

$$\boldsymbol{L}_{Z,t}=\boldsymbol{\Delta}_Z(t)\boldsymbol{\Xi}_Z^{-1}(t) \tag{5-32}$$

式中其他标记的定义为

$$\boldsymbol{\Xi}_Z(t)=\boldsymbol{C}_t\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t))\boldsymbol{C}_t^{\mathrm{T}}+\alpha_t^{-1}\boldsymbol{H}_t\boldsymbol{H}_t^{\mathrm{T}}+R_t$$

$$\widetilde{\boldsymbol{M}}_{Z,t}=\alpha_t^{-1}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}_t\boldsymbol{P}(t)\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}$$

证明：该定理依据最小的估计误差协方差矩阵的上界得到，其证明过程在附录 C 中有详细推导。

基于定理 5.2，鲁棒有限时域卡尔曼型滤波方法求解 $\hat{x}_Z(t\mid t)$ 的计算过程如算法 5-1 所描述。

算法 5-1　基于 ZOH 的鲁棒有限时域卡尔曼型滤波器的设计过程

输入：给定的输出序列 $\{y_Z(k), y_Z(k-1), \cdots, y_Z(0)\}$，应用 ZOH 方案实现测量信号的重组。由于接收到的有效数据在传输之前是带时间戳的，因此，输出数据在传输之前，其测量值是由 t 时刻发出的，其值为 $t=k-\tau(k)$。

步骤 1：给定状态 $x(t)$，估计状态 $\hat{x}_Z(t\mid t-1)$，预测误差协方差上界 $\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)$ 和正的标量值 α_t。

步骤 2：在式(5-26)中，由 $\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)$ 计算得到滤波误差协方差的上界 $\overline{\boldsymbol{\Theta}}_Z(t)$。

步骤 3：通过式(5-29)至式(5-32)分别求解，确定滤波参数 $\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}$、$\boldsymbol{K}_{Z,t}$、$\hat{\boldsymbol{A}}_{Z,t}$ 以及 $\boldsymbol{L}_{Z,t}$，它们由矩阵 $\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)$ 推导得到。

步骤 4：根据式(5-13)和式(5-14)，可以分别得到滤波状态 $\hat{x}_Z(t\mid t)$ 和预测状态 $\hat{x}_Z(t+1\mid t)$。

步骤 5：根据式(5-27)和式(5-28)，分别替换 $\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)$ 和 $\boldsymbol{P}(t)$，通过迭代形式计算滤波误差协方差 $\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t+1)$ 和 $\boldsymbol{P}(t+1)$。

输出：状态估计值 $\hat{x}_Z(t\mid t)$。

3. 延时补偿策略

在采样时刻 k，由于网络诱导的传输延迟 $\tau(k)$，测量得到的输出值 $z(t)$ 被存储。接收到的测量输出 $y(k)$ 用于 $t+\tau(k)$ 时刻的状态估计 $\hat{x}(k\mid t)$。由于传输延迟降低了系统的性能，本章提出基于估计的线性时滞补偿方法，降低了计算复杂度，并进一步减少传输延迟对系统的负面影响。假设当前采样时刻是 k，接收到的数据包是 $z(t)$，

其状态估计值 $\hat{x}(t \mid t)$ 由式(5-13)计算得到。若要进行估计状态 $\hat{x}(k \mid t)$，则状态预测值 $\hat{x}(t+1 \mid t)$ 用于提出的线性补偿方法。根据最大的延迟 N 和当前的传输延迟 $\tau(k)$，估计值 $\hat{x}(k \mid t)$ 通过以下方法补偿得到。

$$\hat{x}(k \mid t)=\left(1-\frac{\tau(k)-1}{N}\right)\hat{x}(t+1 \mid t) \tag{5-33}$$

注意，提出的基于估计的线性方法是一种近似的状态估计，该方法将传输延迟转化为无时滞的形式。

注释 5.3：针对 ZOH 方案，传输之前的确认数据包被分配最高的传输优先级，如果传输时延较大，则其估计精确度会降低。也就是说，滤波器在 k 时刻接收到的确认数据包 $z(t)$，基于估计的状态值 $\hat{x}_Z(k \mid t)$ 由预测值 $\hat{x}_Z(t+1 \mid t)$ 演化得到的线性补偿决定，即状态 $\hat{x}_Z(t+1 \mid t)$ 用于估计 $\hat{x}_Z(k \mid t)$。

进一步，在 $k+1$ 时刻，到达的数据是含有 $\tau(k+1)$ 步传输延迟的 $y_Z(k+1)$，设 $s=k+1-\tau(k+1)$，即接收到的测量输出值是带有时间戳的 $z(s)$。根据数据包错序现象，设计的滤波器需要考虑以下三种情况。

情况 1：对于 $s=t$ 或 $s=t+1$ 的情况，即在数据传输之前，当前时刻接收的测量值是前一时刻接收的测量值，或是前一时刻的一步预测，则估计值 $\hat{x}_Z(s \mid s)$ 由式(5-13)推导得到，且滤波参数通过定理 5.2 的迭代方程逐步计算得到。

情况 2：对于 $s>t+1$ 的情况，即在数据传输之前，当前时刻接收的测量值大于一步预测，则估计值 $\hat{x}_Z(s \mid s)$ 由一步预测补偿 $\hat{x}_Z(t+1 \mid t+1)$ 演化得到，其演化公式为式(5-13)和式(5-14)。该方法人为地引入时滞 $\tau^{st}(k)=s-t>1$，因而重组的状态估计序列被表示为

$$\{\hat{x}_Z(t+1 \mid t+1), \cdots, \hat{x}_Z(t+\tau^{st}(k) \mid t+\tau^{st}(k))\} \tag{5-34}$$

考虑到给定的系统由式(5-1)和式(5-2)描述，补偿的状态和滤波参数由迭代方程(5-26)至方程(5-32)求解得到。

情况 3：对于 $s<t$ 的情况，即当前接收到的数据包在传输之前的时间戳小于前一时刻接收到的在传输之前的时间戳，则估计状态 $\hat{x}_Z(s \mid s)$ 需要由式(5-13)计算得到 $\hat{x}_Z(t-s \mid t-s)$。因此，滤波器参数的解决方案需要基于定理 5.2 的递推形式推导得到。

通过前面的阐述，估计状态 $\hat{x}_Z(k \mid k-\tau(k))$ 的求解过程适用于由式(5-33)派生得到的基于补偿的线性估计方法。

5.3.2 基于逻辑 ZOH 的滤波

本节基于逻辑 ZOH 信号选择机制设计了鲁棒有限时域卡尔曼滤波方法。

在当前采样时刻 k，当存储的数据包是 $y_{LZ}(k)$ 时，这意味着存储的信号保持当前的测量值，直到逻辑 ZOH 接收最新到达的数据包[176]。接收到的有效数据包是在传输之前被标记为 $z(k-\tau'(k))$ 的数据包，其带有传输时延 $\tau'(k)$。如前所述，$\tau'(k)=\tau(k)-\beta(k)$ 且 $\beta(k)>0$。设置 $r=k-\tau'(k)$，则存储的测量由式(5-2)和式(5-8)重组为

$$y_{LZ}(k)=z(r)=(\boldsymbol{C}_r+\boldsymbol{H}_r F_r \boldsymbol{E}_r)x(r)+v_r \tag{5-35}$$

这里假设该滤波器具有足够的处理能力，可以依靠所存储的数据 $\{y_{LZ}(0),\cdots,y_{LZ}(k-1),y_{LZ}(k)\}$ 计算最优状态估计 $\hat{x}_{LZ}(r\mid r)$。

因为逻辑 ZOH 方案能够主动丢弃含有错序的数据包，所以该方案在提高系统性能方面更合理[174]。注意，采用逻辑 ZOH，其最大的传输延迟不超过 N 步，且逻辑 ZOH 的最大传输延迟小于 ZOH 的最大传输延迟，即 $\tau'(k)\leqslant\tau(k)$。

类似于 ZOH，当逻辑 ZOH 处理带有时间戳的信号时，设 $r=k-\tau'(k)$ 包含 $\tau'(k)$ 步传输延迟，则鲁棒卡尔曼型滤波结构通过以下等式给出。

$$\hat{x}_{LZ}(r\mid r)=\hat{x}_{LZ}(r\mid r-1)+\boldsymbol{K}_{LZ,r}(z(r)-\hat{\boldsymbol{C}}_{LZ,r}\hat{x}_{LZ}(r\mid r-1)) \tag{5-36}$$

$$\hat{x}_{LZ}(r+1\mid r)=\hat{\boldsymbol{A}}_{LZ,r}\hat{x}_{LZ}(r\mid r-1)+\boldsymbol{L}_{LZ,r}(z(r)-\hat{\boldsymbol{C}}_{LZ,r}\hat{x}_{LZ}(r\mid r-1)) \tag{5-37}$$

其中，$\hat{\boldsymbol{C}}_{LZ,r}$、$\boldsymbol{K}_{LZ,r}$、$\hat{\boldsymbol{A}}_{LZ,r}$ 和 $\boldsymbol{L}_{LZ,r}$ 是滤波参数。

定理 5.3 提出了滤波参数以及估计协方差矩阵上界的解决方案。相似于基于 ZOH 的鲁棒滤波方法，下标 Z 代表 ZOH 方案由代表逻辑 ZOH 下标的 LZ 取代；同样地，接收的传输之前的带有时间戳的时刻用 r 替换 t。

定理 5.3：当前时刻是 k，对于接收到的有效的测量值 $y_{LZ}(k)$ 带有传输延迟 $\tau'(k)$，$z(r)$ 表示接收到的传输之前的测量值，这里 $r=k-\tau'(k)$。设置 α_r 是一个正的标量。对于下面的离散时间类 Riccati 迭代方程，可以得到矩阵 $\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}(r)$ 和 $\boldsymbol{P}(r)$ 是正定的求解过程。

$$\begin{aligned}\overline{\boldsymbol{\Theta}}_{LZ}(r)=\ &\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}(r)+\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}(r)\boldsymbol{E}_r^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{M}}_{LZ,r}^{-1}\boldsymbol{E}_r\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}(r)-\\&\boldsymbol{\Lambda}_{LZ}(r)\boldsymbol{\Xi}_{LZ}^{-1}(r)\boldsymbol{\Lambda}_{LZ}^{\mathrm{T}}(r)\end{aligned} \tag{5-38}$$

$$\begin{aligned}\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}(r+1)=\ &\boldsymbol{A}_r\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}(r)(I+\boldsymbol{E}_r^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{LZ,r}^{-1}\boldsymbol{E}_r\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}(r))\boldsymbol{A}_r^{\mathrm{T}}-\\&\boldsymbol{\Delta}_{LZ}(r)\boldsymbol{\Xi}_{LZ}^{-1}(r)\boldsymbol{\Delta}_{LZ}^{\mathrm{T}}(r)+\boldsymbol{B}_r\boldsymbol{Q}_r\boldsymbol{B}_r^{\mathrm{T}}+\alpha_r^{-1}\boldsymbol{F}_f\boldsymbol{F}_r^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{5-39}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{P}(r+1)=\ &\boldsymbol{A}_r(\boldsymbol{P}^{-1}(r)-\alpha_r\boldsymbol{E}_r^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_r)^{-1}\boldsymbol{A}_r^{\mathrm{T}}+\\&\alpha_r^{-1}\boldsymbol{F}_r\boldsymbol{F}_r^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_r\boldsymbol{Q}_r\boldsymbol{B}_r^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{5-40}$$

式中，$\boldsymbol{\Lambda}_{LZ}(r)=\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}(r)\boldsymbol{C}_r^{\mathrm{T}}+\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}(r)\boldsymbol{E}_r^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{LZ,r}^{-1}\boldsymbol{E}_r\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}(r)\boldsymbol{C}_r^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\Delta}_{LZ}(r)=\boldsymbol{A}_r\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}(r)(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{E}_r^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{LZ,r}^{-1}\boldsymbol{E}_r\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}(r))\boldsymbol{C}_r^{\mathrm{T}}+\alpha_r^{-1}\boldsymbol{F}_r\boldsymbol{H}_r^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_r\boldsymbol{S}_r$，满足条件 $\boldsymbol{P}^{-1}(r)-\alpha_r\boldsymbol{E}_r^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_r>0$，且 $\boldsymbol{M}_{LZ,r}=\alpha_r^{-1}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}_r\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}(r)\boldsymbol{E}_r^{\mathrm{T}}>0$。

接下来，卡尔曼型滤波器(5-36)至(5-37)的滤波参数由下面的式子计算得到。

$$\hat{\boldsymbol{C}}_{LZ,r}=\boldsymbol{C}_r(\boldsymbol{I}+\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}(r)\boldsymbol{E}_r^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{LZ,r}^{-1}\boldsymbol{E}_r) \tag{5-41}$$

$$\boldsymbol{K}_{LZ,r}=\boldsymbol{\Lambda}_{LZ}(r)\boldsymbol{\Xi}_{LZ}^{-1}(r) \tag{5-42}$$

$$\hat{\boldsymbol{A}}_{LZ,r}=\boldsymbol{A}_r(\boldsymbol{I}+\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}(r)\boldsymbol{E}_r^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{LZ,r}^{-1}\boldsymbol{E}_r) \tag{5-43}$$

$$\boldsymbol{L}_{LZ,r}=\boldsymbol{\Delta}_{LZ}(r)\boldsymbol{\Xi}_{LZ}^{-1}(r) \tag{5-44}$$

式中相关符号的定义为

$$\boldsymbol{\Xi}_{LZ}(r)=\boldsymbol{C}_r\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}(r)(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{E}_r^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{LZ,r}^{-1}\boldsymbol{E}_r\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}(r))\boldsymbol{C}_r^{\mathrm{T}}+\alpha_r^{-1}\boldsymbol{H}_r\boldsymbol{H}_r^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{R}_r$$

和

$$\widetilde{\boldsymbol{M}}_{LZ,r}=\alpha_r^{-1}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}_r\boldsymbol{P}(r)\boldsymbol{E}_r^{\mathrm{T}}$$

证明：其计算过程相似于定理 5.2 的推导。

获得最优状态估计 $\hat{x}(r|r)$ 用于补偿当前时刻 k 的状态估计 $\hat{x}(k|r)$。采用逻辑 ZOH 方案，最大的传输延迟设为 N 步，且滤波器在 k 时刻接收到确认数据包。假设接收到的带有时间戳的数据 $z(r)$ 的传输时延是 $\tau'(k)$，则状态估计值 $\hat{x}_{LZ}(r|r)$ 由式(5-36)计算得到，该值用来补偿基于估计的状态 $\hat{x}_{LZ}(k|r)$，求解过程类似于基于估计的线性补偿方法。估计值 $\hat{x}_{LZ}(k|r)$ 的求解方法表示为

$$\hat{x}_{LZ}(k|r)=\left(1-\frac{\tau'(k)-1}{N}\right)\hat{x}_{LZ}(r+1|r) \tag{5-45}$$

注释 5.4：逻辑 ZOH 的作用是使传输延迟满足 $\tau'(k)\leqslant\tau(k)$ 条件。不同于 ZOH，基于线性补偿策略，估计的状态 $\hat{x}(k|r)$ 满足不等式 $\hat{x}_Z(k|r)\leqslant\hat{x}_{LZ}(k|r)$，即逻辑 ZOH 方案的估计精度高于 ZOH 方案。从这个意义上看，逻辑 ZOH 信号选择方案对于丢弃含有错序的数据包更合理，它提高了网络化系统的估计性能。

接下来，考虑下一个采样时刻 $k+1$，到达的数据是带有时滞 $\tau'(k+1)$ 的值 $y_{LZ}(k+1)$。同时接收到的测量输出在传输之前被标记为 $z(s)$，s 定义为 $s=k+1-\tau'(k+1)$。由于数据包错序现象被丢弃，因此时间戳只含有 $s\geqslant r$ 的情况。滤波器 $\hat{x}_{LZ}(s|s)$ 的设计分为以下两种情况讨论。

情况 1：当 $s=r$ 或 $s=r+1$ 时，由式(5-36)推导得到的状态估计 $\hat{x}_{LZ}(s|s)$ 以及滤波器参数可以通过迭代方程求解得到，其递推公式由式(5-36)和式(5-37)以及定理 5.3 得到。

情况2：当 $s>r+1$ 时，即当前时刻接收到的传输之前的时间戳大于前一时刻接收到的传输之前的测量值的一步预测，估计状态 $\hat{x}_{LZ}(s\mid s)$ 将由一步预测补偿 $\hat{x}_{LZ}(r+1\mid r+1)$ 迭代得到，其计算过程由式(5-36)和式(5-37)计算得到。这里引入假定的时延 $\tau^{sr}(k)=s-r>1$，并实现重组的状态估计序列

$$\{\hat{x}_{LZ}(r+1\mid r+1),\cdots,\hat{x}_{LZ}(r+\tau^{sr}(k)\mid r+\tau^{sr}(k))\} \tag{5-46}$$

接下来，由于系统存在多步随机延时，其缺失的状态需要得到补偿。求解过程中的滤波参数由式(5-38)至式(5-44)迭代计算得到。

如算法5-1所述，接收到的有效的数据包是 $\{y_{LZ}(k),y_{LZ}(k-1),\cdots,y_{LZ}(0)\}$，应用逻辑ZOH设计鲁棒有限时域卡尔曼型滤波器，其输出数据在传输之前的时间戳为 $r=k-\tau'(k)$。提出的采用逻辑ZOH方案的滤波方法总结如下(见算法5-2)。

算法5-2　采用逻辑ZOH方案的鲁棒有限时域卡尔曼型滤波的计算过程

输入：初始状态 $x(0)$，估计状态 $\hat{x}_{LZ}(0\mid -1)=\mu_0$，其方差为 $\boldsymbol{P}_0$，预测误差协方差上界的初始值 $\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}(0)$，正的标量 α_0，采样时间 iter。

for $k=1$ to iter

　设 $r=k-\tau'(k)$；// $\tau'(k)$步延时

　if $\tau^{sr}(k)=0$ or $\tau^{sr}(k)=1$

　　由式(5-38)计算 $\bar{\boldsymbol{\Theta}}_{LZ}(r)$；// $\bar{\boldsymbol{\Theta}}_{LZ}(r)$是滤波误差协方差的上界

　　通过式(5-41)至式(5-44)求解 $\hat{\boldsymbol{C}}_{LZ,r}$、$\boldsymbol{K}_{LZ,r}$、$\hat{\boldsymbol{A}}_{LZ,r}$和 $\boldsymbol{L}_{LZ,r}$；// 滤波参数由 $\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}(r)$演化得到

　　根据式(5-36)和式(5-37)分别计算 $\hat{x}_{LZ}(r\mid r)$和 $\hat{x}_{LZ}(r+1\mid r)$ // 设计滤波器和预测器

　　通过式(5-39)求解 $\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}(r+1)$，根据(5-40)求解 $\boldsymbol{P}(r+1)$；/* 滤波误差协方差和状态协方差值 */

　else if $\tau^{sr}(k)>1$

　　$\hat{x}_{LZ}(s\mid s)$由 $\hat{x}_{LZ}(r+1\mid r+1)$补偿得到，计算过程由式(5-36)和式(5-37)迭代求解；

　end if

　根据式(5-45)计算 $\hat{x}_{LZ}(k\mid r)$；// 基于估计的线性补偿方法实现状态估计

　定义 $s=k+1-\tau'(k+1)$；// $\tau'(k+1)$步时延

　设 $\tau^{sr}(k)=s-r$；// 假定的时延

end

输出：滤波误差协方差 $\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}(k+1)$，状态方差 $\boldsymbol{P}(k+1)$。

注释5.5：值得注意的是，对于随机不确定性系统采用逻辑ZOH信号选择策略，数据包错序现象会被丢弃，即 $s<r$ 的情况不存在。如前所述，应用基于补偿的线性估

计方法实现状态估计 $\hat{x}_{LZ}(k \mid r)$，进而采用一步预测补偿方法对状态进行估计 $\hat{x}_{LZ}(r+\tau^{sr}(k) \mid r+\tau^{sr}(k))$，其中引入了假定的延迟 $\tau^{sr}(k)$。通过鲁棒有限时域卡尔曼型滤波方法对比了逻辑 ZOH 方案与 ZOH 方案，理论结果表明逻辑 ZOH 信号选择方案具有较低的计算复杂度，并具有更好的滤波效果。

5.4 仿真结果

本节通过数值算例表明所提出的鲁棒有限时域卡尔曼型滤波方法的有效性。考虑的目标跟踪系统是具有间歇测量的不确定随机系统[130,141,161,213]，描述如下。

$$x(k+1)=\left(\begin{bmatrix}0.9 & T & T^2/2\\ 0 & 0.9 & T\\ 0 & 0 & 0.9\end{bmatrix}+\boldsymbol{F}_kF_k\boldsymbol{E}_k\right)x(k)+\begin{bmatrix}T^2/2\\ T\\ 1\end{bmatrix}w_k, \tag{5-47}$$

$$k=1,2,\cdots,n$$

$$z(k)=(\boldsymbol{C}_k+\boldsymbol{H}_kF_k\boldsymbol{E}_k)x(k)+v_k \tag{5-48}$$

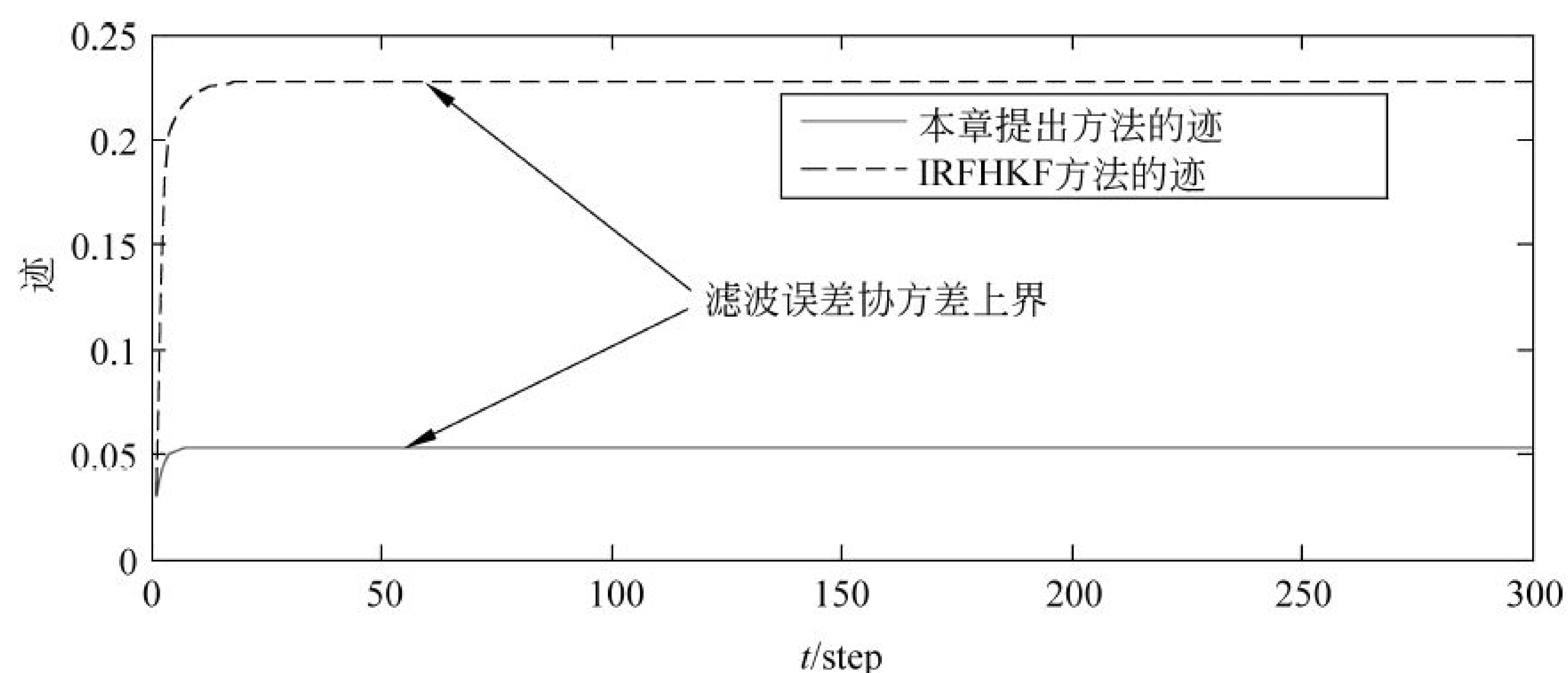
$$w_k=\eta_k \tag{5-49}$$

$$v_k=\zeta w_k \tag{5-50}$$

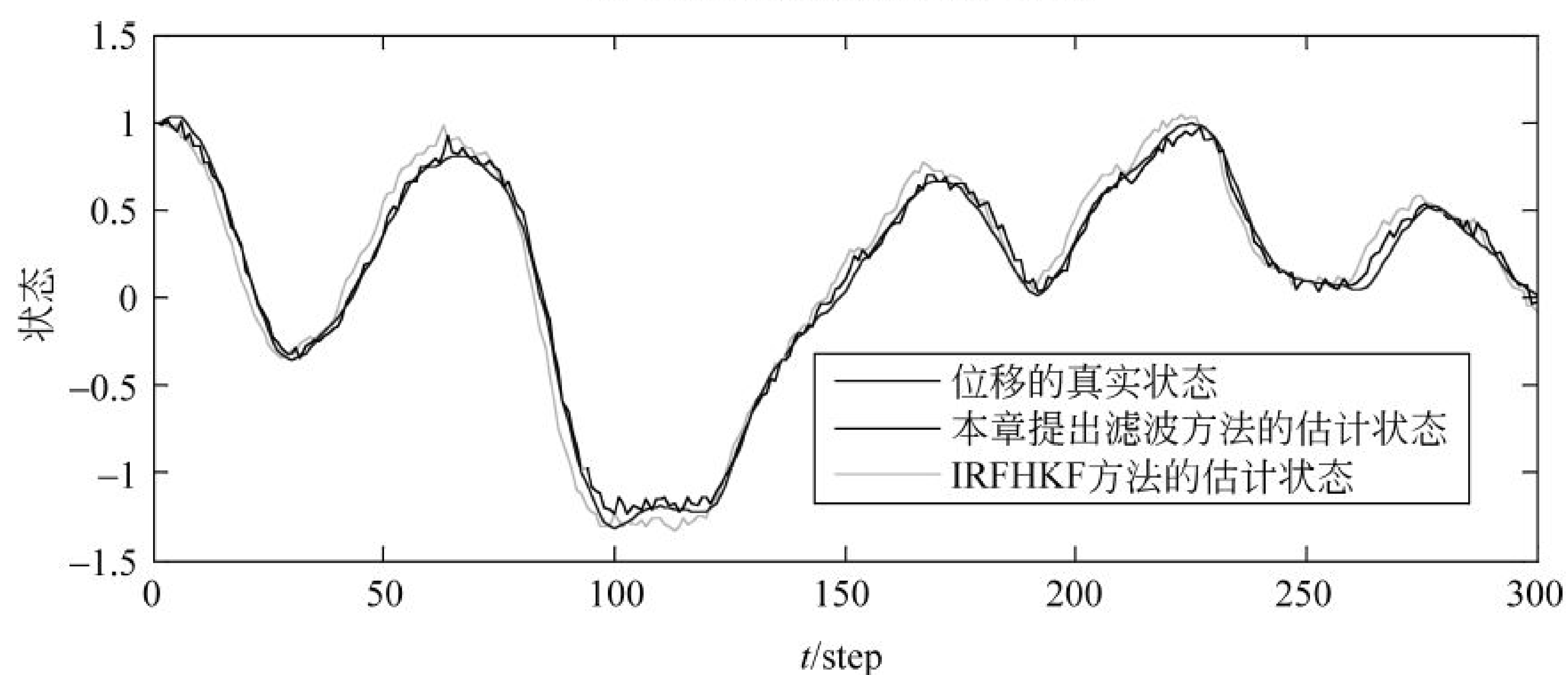
其中，符号 $T=0.1\text{s}$ 表示采样周期。传输延迟的上界设为 $N=5$，且时变的参数不确定性满足 $F_k=\sin(0.6k)$。状态值 $x(k)=(s_k \quad \dot{s}_k \quad \ddot{s}_k)^{\mathrm{T}}$ 由目标的位置、速度和加速度组成，且采样时间记为 kT。随机变量 $\eta_k\in\mathbb{R}$ 表示零均值白噪声，方差为 $\sigma_\eta^2=0.09$，与其他信号是不相关的。状态转移矩阵的值设为 $\boldsymbol{F}_k=[0.1 \quad 0.1 \quad 0.1]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{E}_k=[0.02 \quad 0.02 \quad 0.02]$、$\boldsymbol{C}_k=[0.6 \quad 0.8 \quad 1]$；同时测量矩阵是 $\boldsymbol{H}_k=0.8$。考虑到过程噪声和测量噪声之间的相关性，式(5-50)中描述的变量 ζ 用于决定其相关性强度，设置强度值为 $\zeta=2$。不失一般性，式(5-49)中定义的过程噪声 w_k 具有统计方差 Q_k，且与之相关的测量噪声的方差为 R_k，可以表示为 $R_k=\zeta Q_k\zeta^{\mathrm{T}}$，另外互相关噪声的协方差记为 $S_k=Q_k\zeta^{\mathrm{T}}$。

在模拟示例中，状态的初始值设置为 $\hat{x}(0\mid 0)=\mu_0=E(x(0))=(1 \quad 1 \quad 1)^{\mathrm{T}}$，其初始方差为 $\boldsymbol{P}(0\mid 0)=0.01\boldsymbol{I}_3$。提出的方法从 300 次采样点获取，获得的实验结果从 100 次的蒙特卡罗(Monte Carlo)验证得到。图 5-3 对比了所提出的滤波方法与改进的鲁棒有限时域卡尔曼滤波(improved robust finite-horizon Kalman filtering, IRFHKF)方法[141]，为了使对比效果更直观，数值算例采用无时滞的测量。通过对比滤波误差协方差矩阵的迹，以及在 k 时刻的估计状态值 $\hat{x}(k\mid k)$，显示这两种方法的

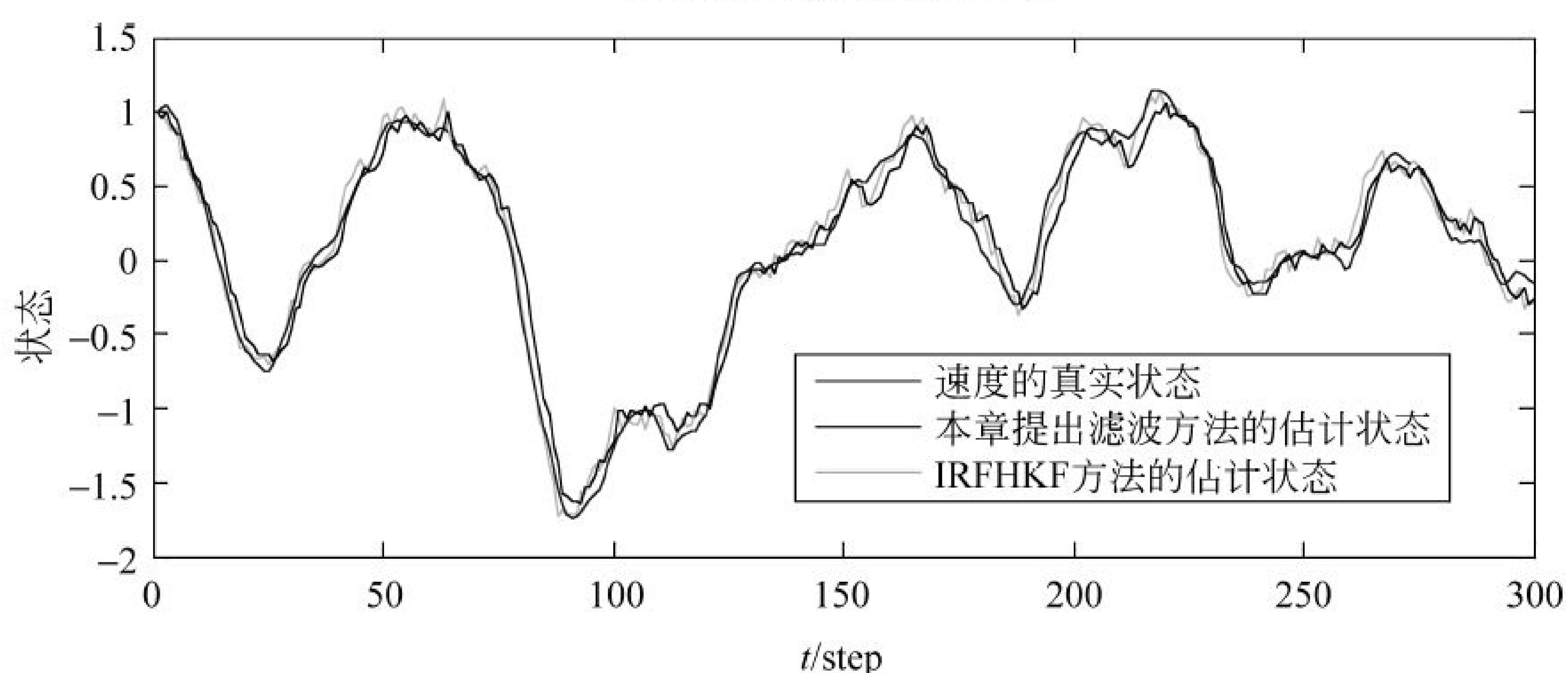
估计性能。对比滤波误差协方差的上界，可以看出所提出的滤波器的误差协方差的上界显著小于IRFHKF方法。考虑到合适的滤波器通过探测最优滤波参数和相关噪声设计，所提出的方法的动态跟踪轨迹更接近真实状态。



(a) 滤波误差协方差上界的比较

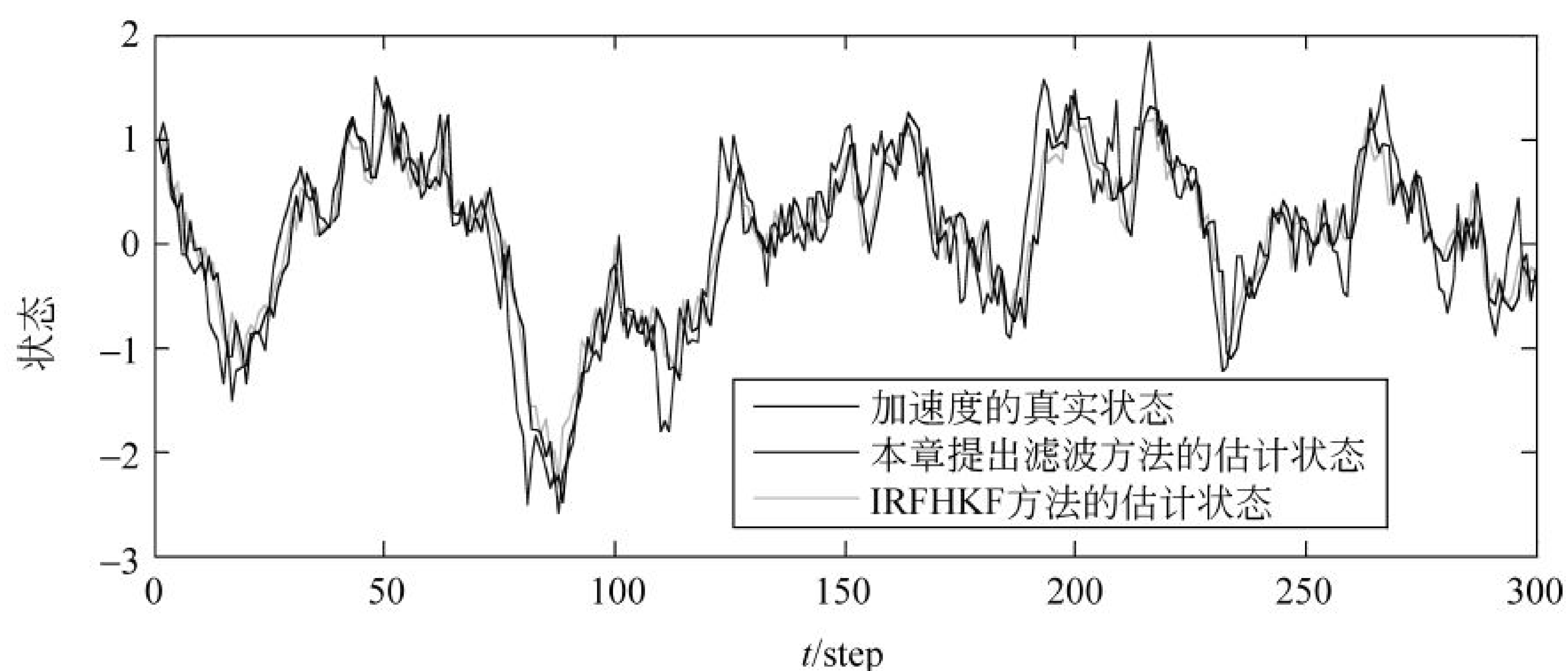


(b) 位移的估计状态的比较



(c) 速度的估计状态的比较

图5-3　提出的方法与IRFHKF方法的比较结果



(d) 加速度的估计状态的比较

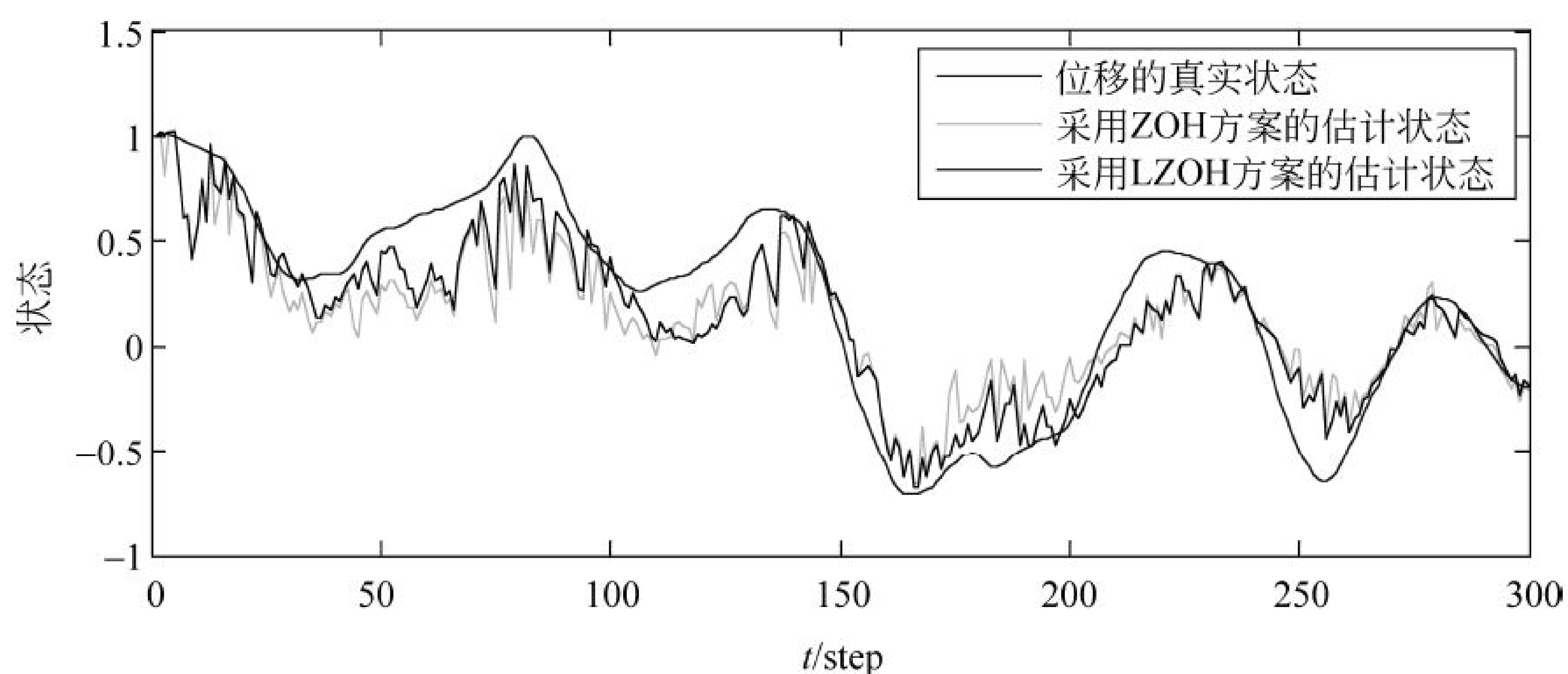
图 5-3(续)

用于描述滤波误差协方差的值从最低到最高范围的性能指标如表 5-1 所示。通过对比可以得到,该方法的滤波误差协方差的上界小于 IRFHKF 方法。这说明,由于该方法的相对误差小,所提出的滤波器的估计状态更接近真实状态值。

表 5-1 滤波误差协方差的比较

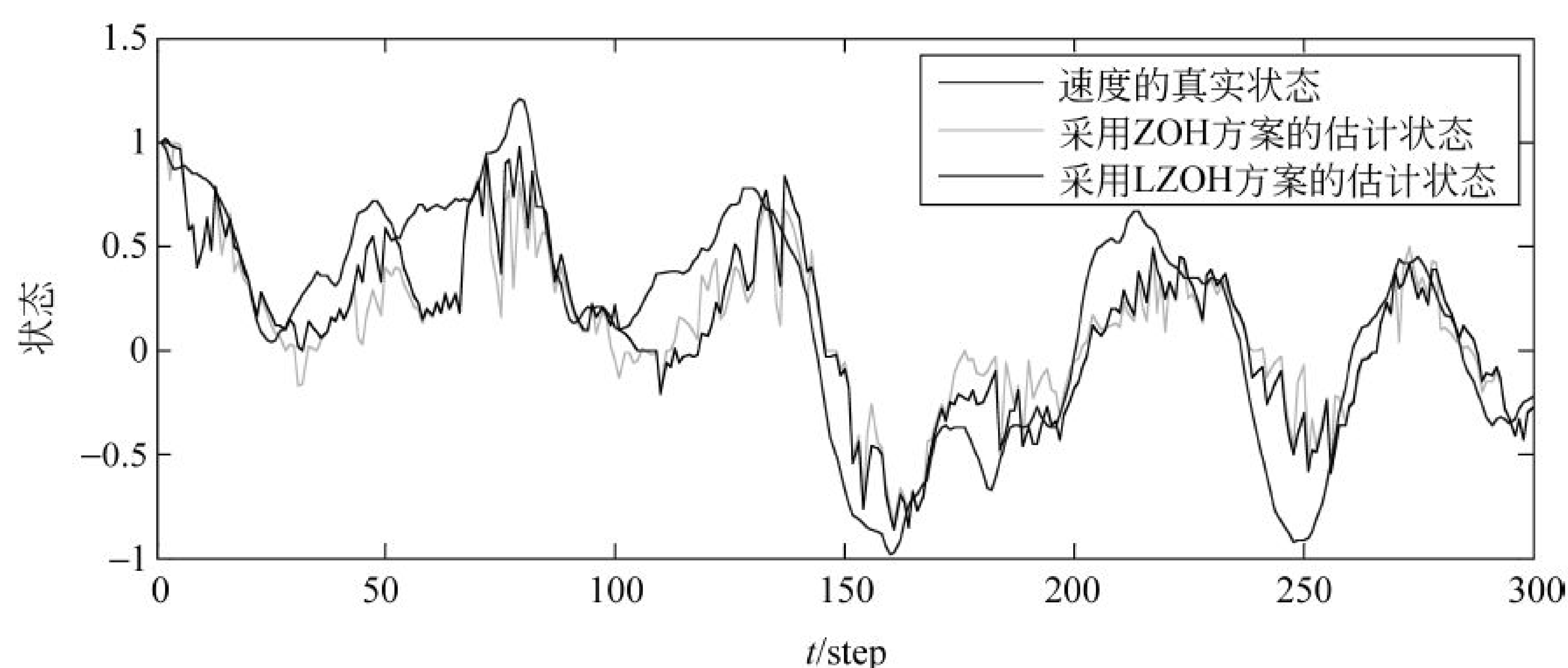
方法	位移状态	速度状态	加速度状态	滤波误差协方差的迹
本章提出的方法	0.0096～0.0150	0.0016～0.0100	0.0100～0.0372	0.0300～0.0533
IRFHKF	0.0100～0.0267	0.0100～0.0235	0.0100～0.1779	0.0300～0.2280

为了进一步验证方法的有效性,相应的滤波结果即状态估计值如图 5-4 所示。仿真结果对比了基于 ZOH 方案和逻辑 ZOH 方案设计的鲁棒有限时域滤波器,其计算结果分别由式(5-13)和式(5-14)及定理 5.2 以及式(5-36)和式(5-37)及定理 5.3 迭代

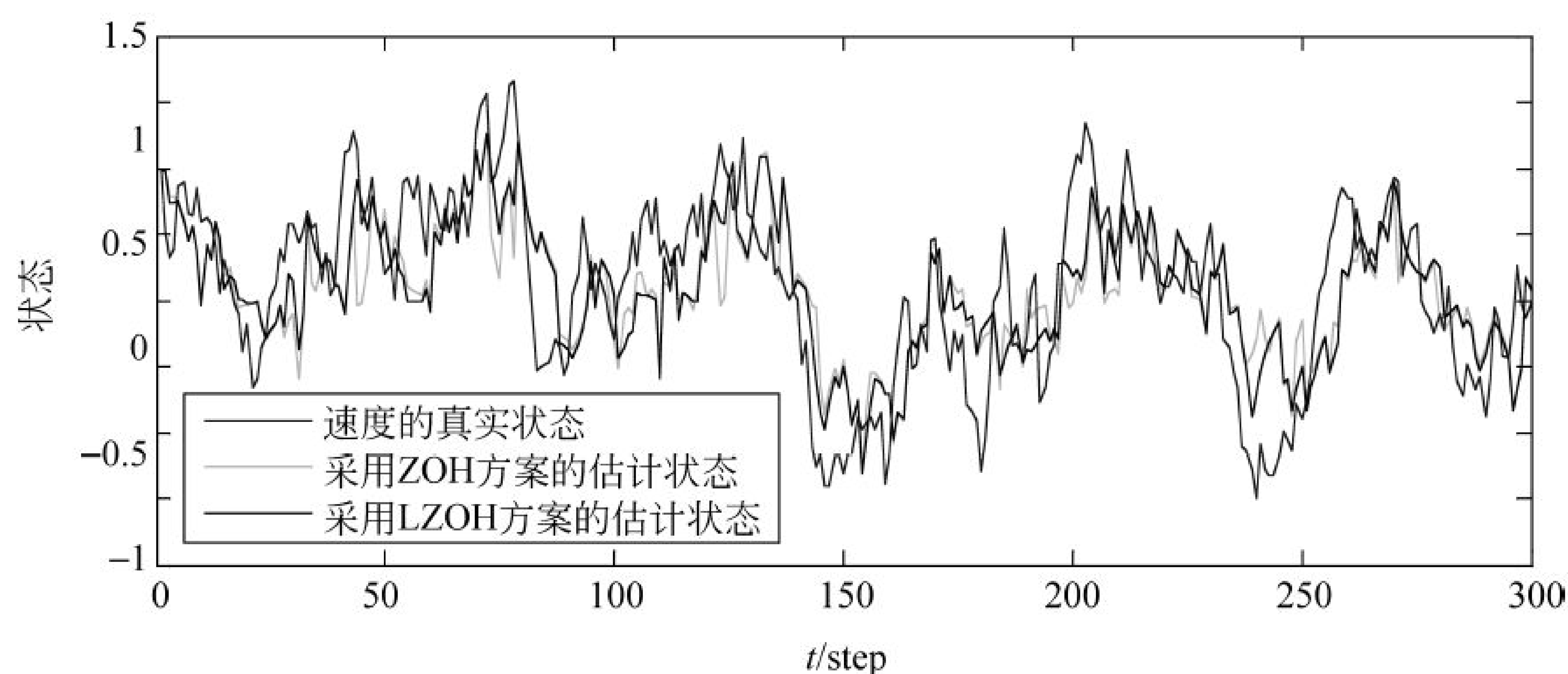


(a) 位移及其估计状态

图 5-4 使用 ZOH 和逻辑 ZOH 方案的滤波器状态估计效果比较



(b) 速度及其估计状态



(c) 加速度及其估计状态

图 5-4（续）

求解得到。

由图 5-4 的观察可以得出结论，考虑随机传输延迟，借助逻辑 ZOH 信号选择方案设计的滤波器，采用基于估计的线性补偿策略，在目标跟踪和计算效率方面具有更好的性能。

为了进一步证明鲁棒有限时域卡尔曼型滤波方法的性能，针对系统存在的网络诱导的随机传输延迟和数据包错序现象，表 5-2 列出了与位置、速度和加速度相关的均方误差（MSE）值[134,153,213]，其值是根据信号选择方案 ZOH 和逻辑 ZOH 设计的状态估计与真实值得到的。

通过对比 ZOH 和逻辑 ZOH 方案得到的 MSE 值，表 5-2 表明使用逻辑 ZOH 方案在丢弃错序的数据包方面更合理，由于该方案选择了最新的数据包，和最近接收的传输数据包相比，它更接近于最新的传输数据，可以用于提高估计精度。

表 5-2 均方误差的比较

信号选择方案	均方误差协方差		
	位移	速度	加速度
ZOH	0.0063	0.0095	0.0026
逻辑 ZOH	0.0042	0.0079	0.0022

根据仿真结果和误差协方差准则，提出的方法和 IRFHKF 方法进行对比，比较结果意味着提出的滤波方法在处理多步随机延迟方面比 IRFHKF 方法具有更精确的估计精度。在现实应用中，实际的滤波误差协方差的值会低于由鲁棒有限时域滤波所获得的误差协方差上界，因此，提出的滤波方法在处理传输延迟和错序的数据包方面能够提供更好的性能，并且能够快速收敛到一个稳定的状态。

5.5 本章小结

借助于线性时滞补偿策略，本章研究了基于鲁棒有限时域卡尔曼型滤波方法的最优状态估计问题。研究的滤波方法应用于一类包含相关性噪声的离散时间随机不确定系统。在通信过程中，考虑到网络诱导的传输延迟和数据包错序现象，系统模型由信号选择方案 ZOH 和逻辑 ZOH 分别建立，利用序列重排方法处理数据包错序问题。基于所建立的模型，设计鲁棒有限时域卡尔曼型滤波器，该滤波器由类 Riccati 矩阵递推方程保证解的最优上界。考虑到随机传输延迟引起的数据包缺失问题，本章提出基于估计的线性时滞补偿方法，用于提高滤波器的性能，同时降低数据计算复杂度。通过理论分析，提出建模和滤波策略，采用的逻辑 ZOH 方案对处理数据包错序现象具有更优越的性能，同时其估计误差协方差的上界也低于其他文献中介绍的方法。该方法在目标跟踪系统上进行了数值验证，算例结果表明该滤波器有能力跟踪系统的实际状态，并验证了理论结果的鲁棒性和有效性。

第6章 面向空间定位的不确定系统的建模与估计

6.1 引言

第5章研究的滤波方法应用于一类包含相关性噪声的离散时间随机不确定系统，考虑到信号在传输过程中受到网络诱导的传输延迟和数据包的错序现象，系统模型由ZOH和逻辑ZOH分别建立，利用序列重排方法处理数据包错序问题。本章针对分布式网络化系统通过视觉传感器测量获得的图像信息，进行被测目标有效信息的识别，识别后的图像信息转换成需要定位的空间信号的测量信息。由于网络化系统采用空间分布式的共享通信技术[169,219]，信号在传输过程中不可避免地产生了网络诱导的通信约束情况，为了提高网络化系统的性能，研究带有网络诱导现象的网络化系统的分布式信息感知和融合估计问题具有重要的理论价值和挑战性[169,213]。

本章基于线性CCD的空间定位方法，介绍其空间定位原理，以及三维空间定位系统的工作流程，并对该方法的空间定位效果进行模拟仿真。进而，考虑测量信息在通信过程中受到随机时延、丢包以及数据包错序等通信约束，采用逻辑ZOH信号选择机制建立系统模型，提出针对网络化系统的分布式信息融合方法，该方法基于估计的线性时滞补偿策略，用于处理随机传输延迟，降低网络通信负担，抑制通信约束对测量信息的影响，设计对系统状态的最优估计，进而实现提高空间定位精度的目的。

6.2 基于线性CCD的空间定位方法

本节阐述空间定位方法的原理，以及空间定位系统的工作流程，进而展示相关的定位效果的仿真结果。

6.2.1 空间定位原理

首先，引入现有的 Metris Krypton 测量技术中的 K-DMM 产品，即 K 系列的动态测量仪，基于三坐标定位测量方法，使用光学跟踪器再配以特殊的发光二极管(light emission device，LED)取得各测量点的三维空间位置，其设备的外形及被测目标如图 6-1 所示，其中被测目标是由特殊 LED 制作成的，它的三维坐标根据光学跟踪器上的 3 组电荷耦合器件(charge-coupled device，CCD)镜头读取。鉴于特殊 LED 是非常小巧且方便移动的部件，其摆放位置可随时作出移动，并且 LED 可以置于任何活动部件上，透过光学跟踪器追踪 LED 的位置，再经过算法计算 LED 在某一间隔时间内的位置变化及移动方向。

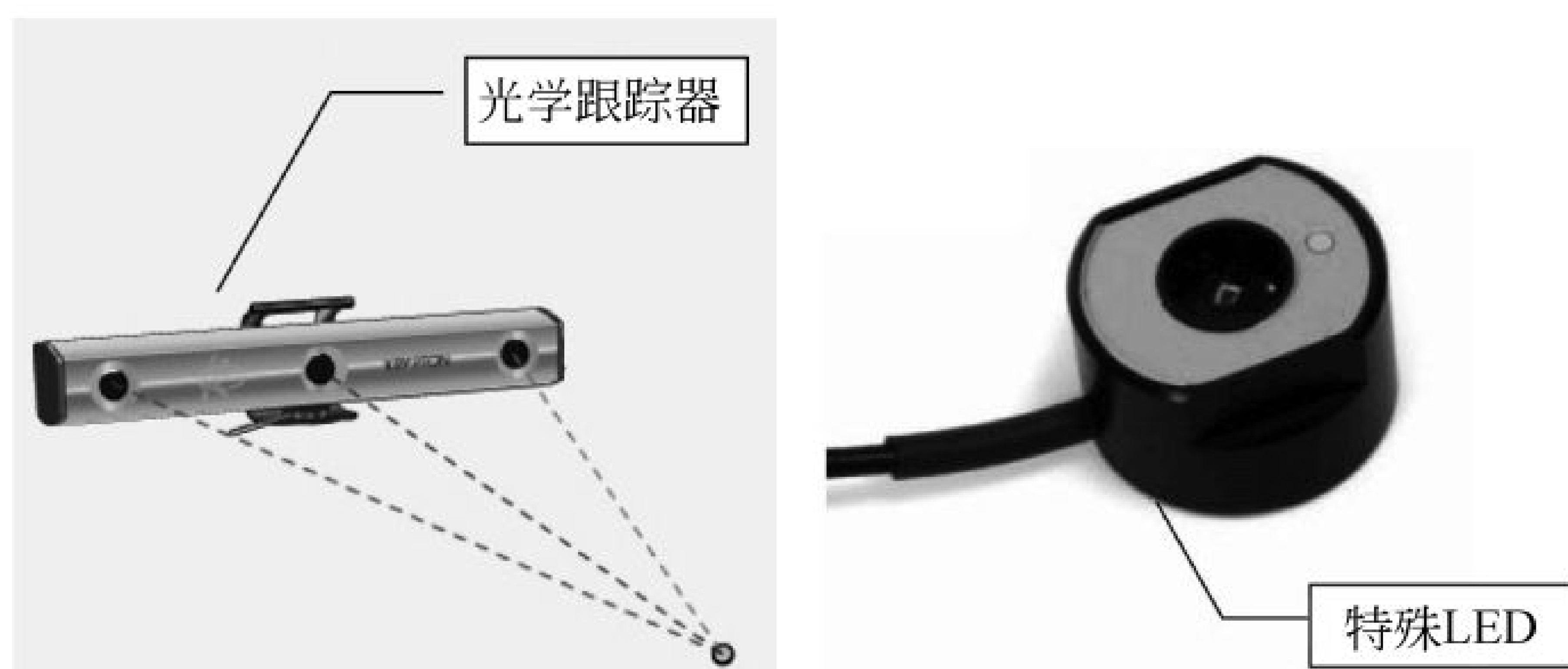


图 6-1 光学动态测量仪器

光学动态测量仪器的测量原理是根据被测目标即特殊 LED 与每组 CCD 镜头的焦点形成一条直线，该直线所在的若干个平面中，会有一个垂直于 CCD 镜头的平面，若该被测目标在光学动态测量仪器能够测得的范围内，则被测目标会与 3 组 CCD 镜头形成 3 个平面，计算 3 个平面的交点，即为该特殊 LED 的坐标(X，Y，Z)，其原理图如 6-2 所示。

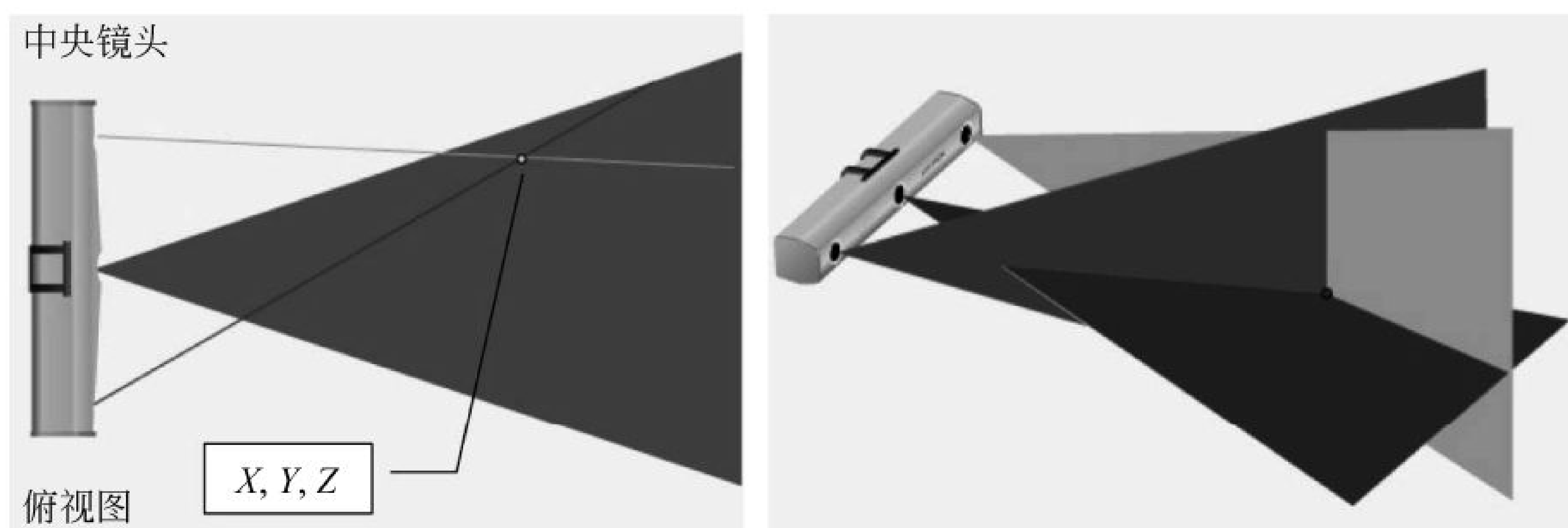


图 6-2 定位原理

本章所设计的 3D 光电传感器如图 6-3 所示，由 3 个线性 CCD、3 组定焦距柱形光学镜组成，且 3 个线性 CCD 在同一平面上呈 Y 字形分布。

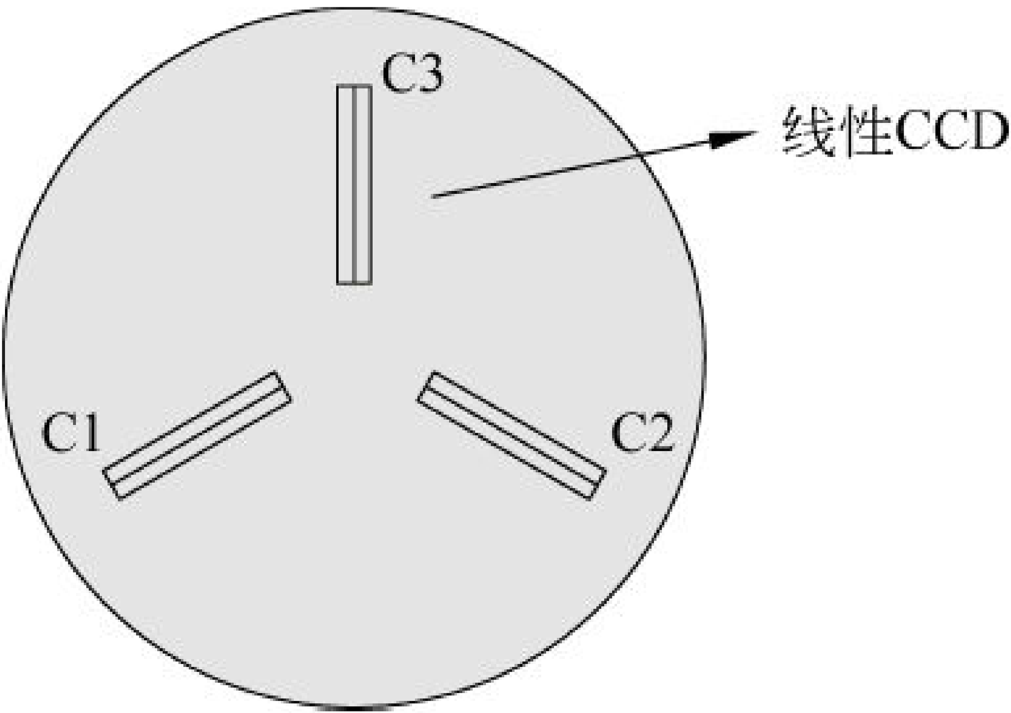


图 6-3　3D 光电传感器

每一组柱形光学镜通过的光只投影到它对应平面下的 CCD，空间的一个点光源通过柱形光学镜投影到每个 CCD 平面上的是一条与 CCD 垂直相交的直线光，交于 CCD 上能够感知其在 CCD 上的位置信息。通过由每组 CCD 上 3 个点的位置确定的 3 个平面的交点，可以计算点光源在空间相对于接收端的坐标位置信息。

6.2.2　3D 光电传感定位系统工作流程

三维空间定位系统主要包括发射机、接收机、网络同步控制器、信息集成器和显示器等功能模块，其工作流程如图 6-4 所示。

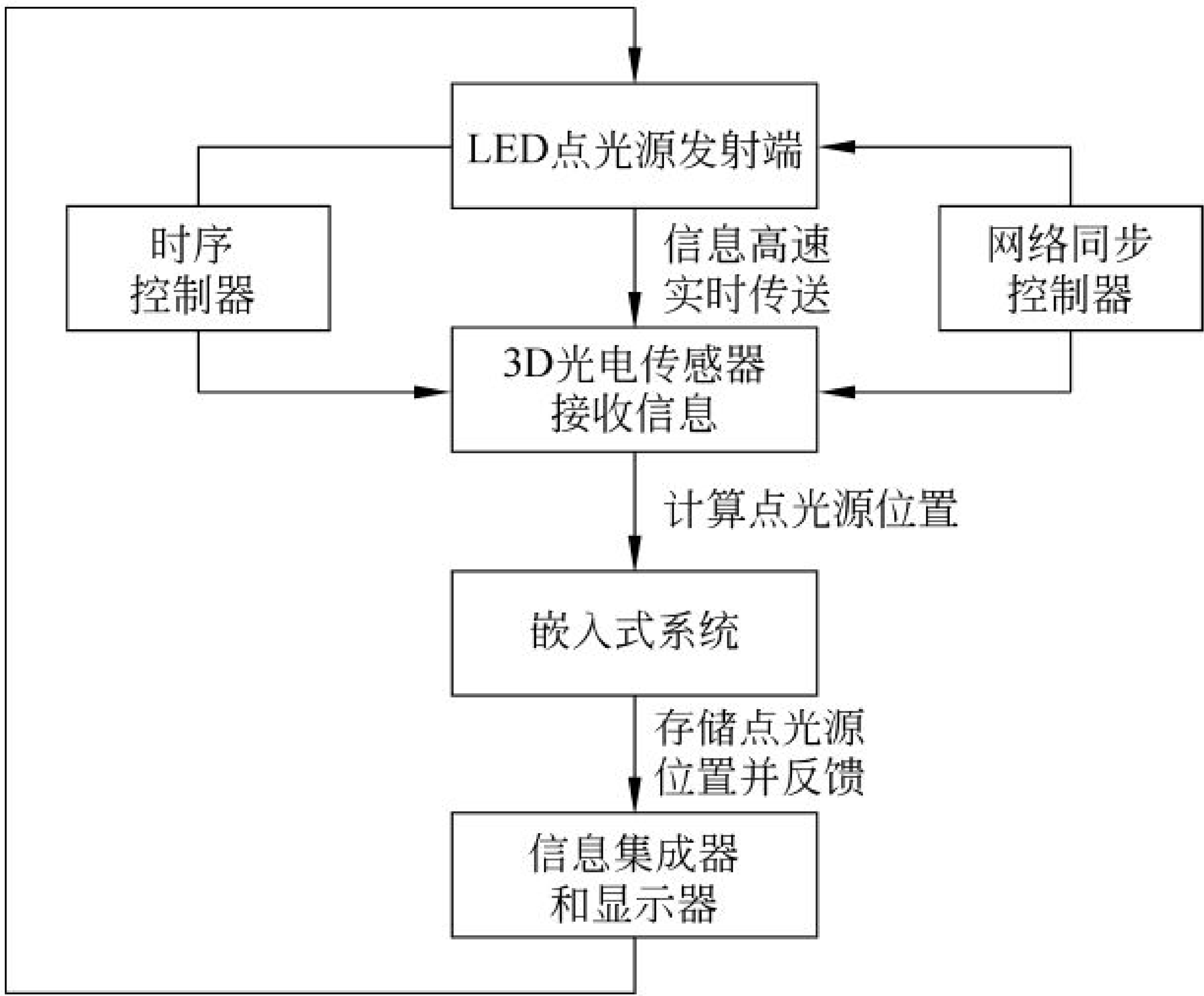


图 6-4　3D 空间定位系统的工作流程

图 6-5 演示了发射机、接收机、网络同步控制器、信息集成器和显示器的协同工作

流程。每个系统根据空间大小可以包含多个发射端单元，同时，空间中需要定位的运动物体的数目决定了接收端的数目。其中，发射机由多个点光源发射端单元串联组成。每个单元可由 3～5 个 LED 组成，一个单元内的 LED 由一定的时间控制序列按时发射发光脉冲，多个单元可以串联并按照一定的时序发光。接收机是由一个或多个接收端单元并联构成的测量定位系统。

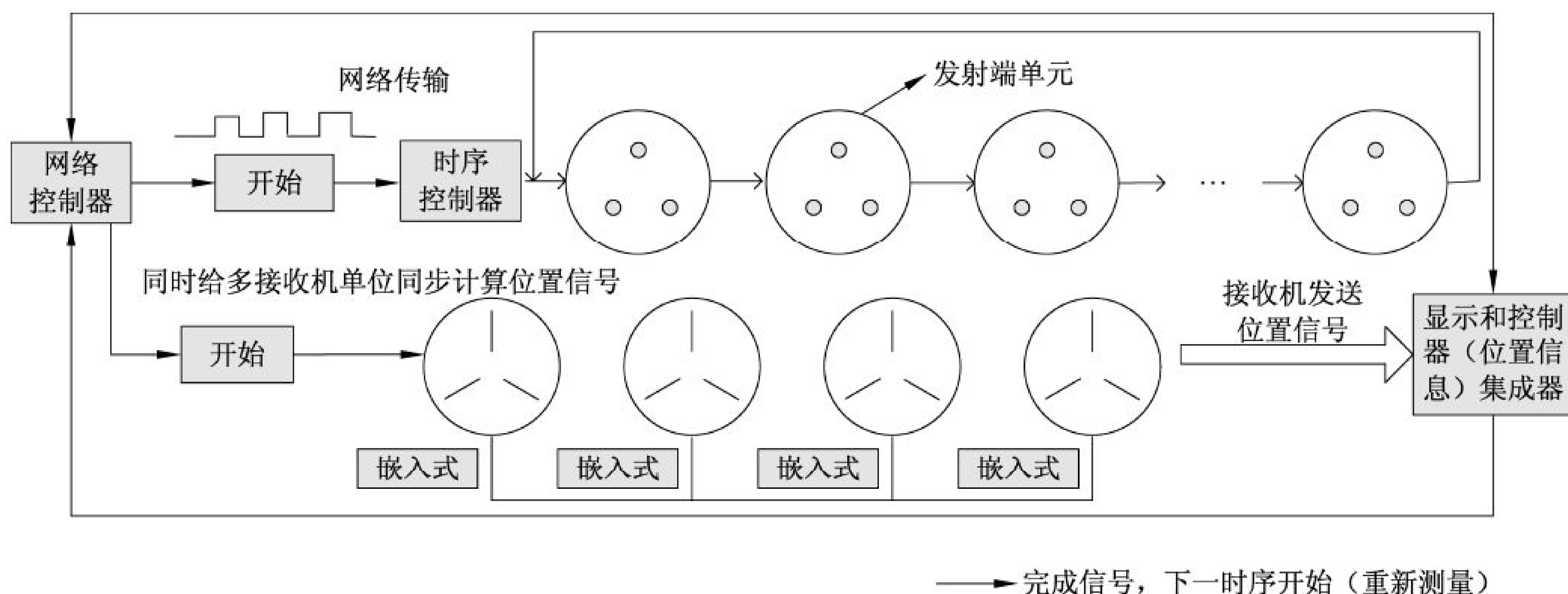


图 6-5　发射机、接收机、网络同步控制器、信息集成器和显示器的协同工作示例

每一个接收端单元由光电传感器和嵌入式系统构成，每个点光源接收端单元的光电传感器包括 3 个线性 CCD 传感器、3 组定焦距柱形光学滤波镜片、传感器底座以及嵌入式系统。网络控制器能发送同步信号，同步发射端和接收端，控制发射端单元或多个串联单元，有一个或多个并联接收端对数据进行计算及存储等工作，同时将数据最终传输给显示终端或位置服务器，由终端管理软件显示或传输点光源的位置信息，实现高速同步。

6.2.3　空间定位效果仿真

设计的 3D 光电传感器的空间位置结构如图 6-3 所示。设置传感器中的 3 个线性 CCD 的长度分别为 8.8mm，柱形镜的焦距 $f=20$mm，且每个 CCD 内侧端点到坐标中心的距离为 10mm。仿真结果从以下三个方面演示。

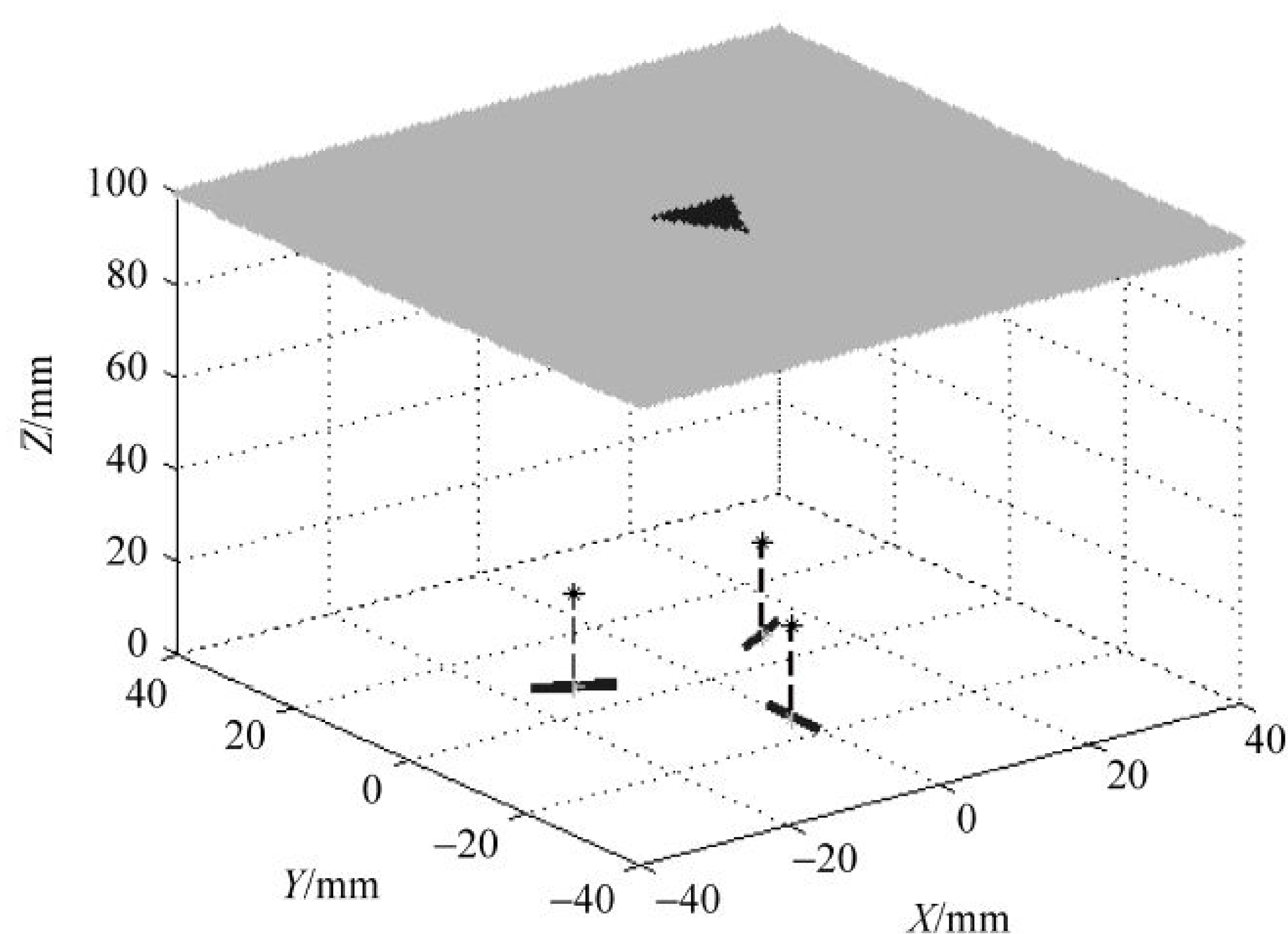
1. 确定投影线在 CCD 上的每个交点

假设空间一发光点 $P_0(x_0,y_0,z_0)$ 在 4000mm×4000mm×6000mm 的可测范围内，能够通过 3D 光电传感器进行空间定位，则点 $P_0(x_0,y_0,z_0)$ 经过每个焦点 f_1、f_2、f_3，通过柱形棱镜使光线发散成直线，其投影到 X-Y 平面上是 3 条直线，且 3 条直线分别与每个 CCD 垂直。由于直线相交于 CCD 的点，能够被 CCD 感知，因此，对于每

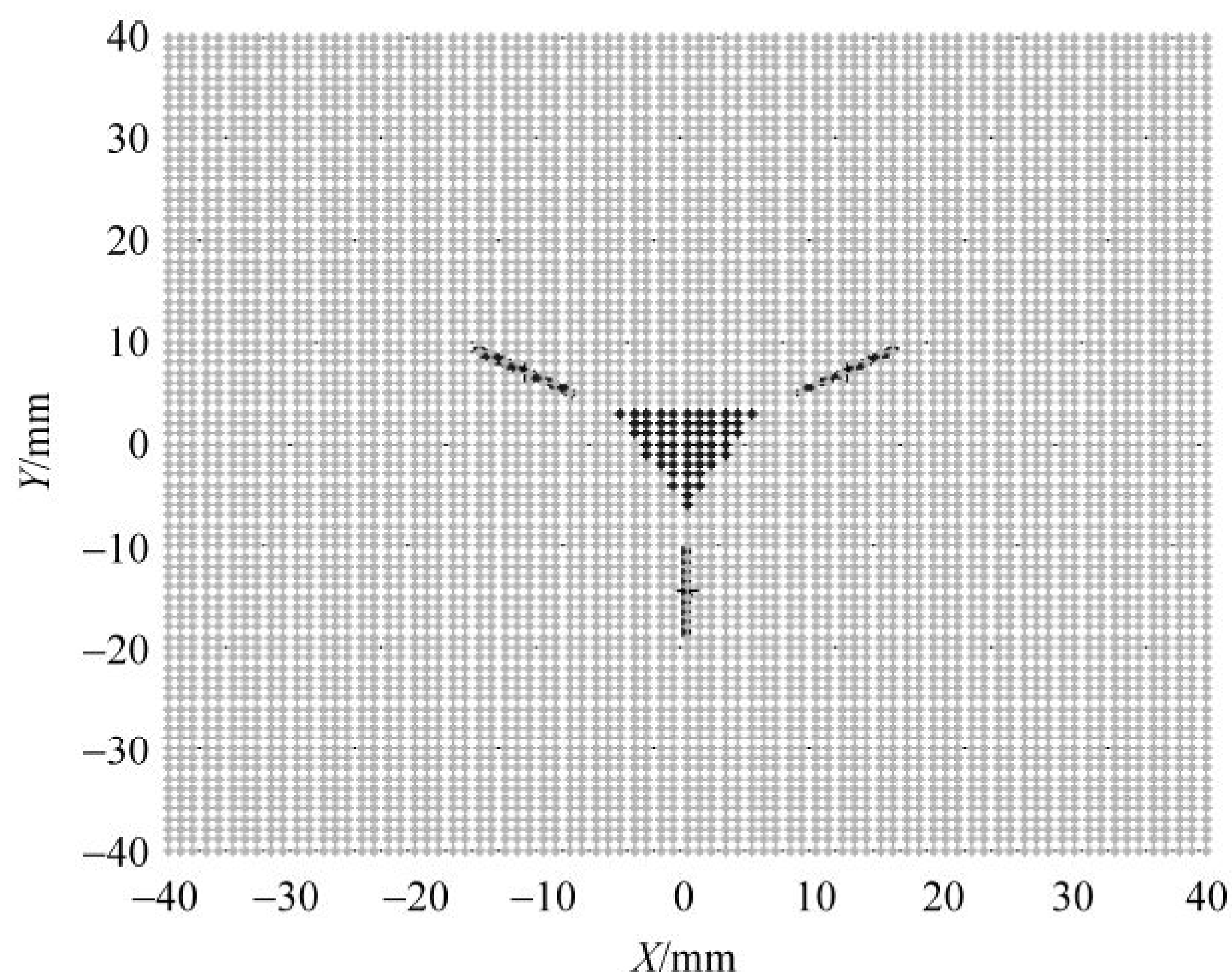
个 CCD,存在"四点成一面"的现象,即空间的点光源、CCD 上通过透镜的感光点、透镜的焦点以及 X-Y 平面上的投影点。这样 3 个 CCD 扩展成 3 个平面,其中,只有空间的点光源是共用的,也就是说,空间点光源的位置信息即为 3 个平面的交点,其定位原理如图 6-2 所示。

2. 确定平面可测范围

(1) 依据空间定位原理,在 $Z=100$ 平面、81mm×81mm 范围内的每一个点,在空间平面中循环取值,传感器可测的点是在 3 个 CCD 可测范围内均有交点的空间点。如图 6-6 所示,黑色区域表示可测的点,灰色区域表示不可测的点(右图 3 个 CCD 除外)。



(a) 可测范围在这3个点以内: (−5, 3), (0, −6), (5, 3)



(b) 可测范围在这3个点以内: (−5, 3), (0, −6), (5, 3)

图 6-6　传感器在 $Z=100$ 平面的可测范围

(2) 以 $X=[-2000,2000]$，$Y=[-2000,2000]$，$Z=6000$ 确定的空间为例，在 $Z=6000$ 的平面，其可测量得到的空间点的位置范围用黑色点表示，如图 6-7 所示。

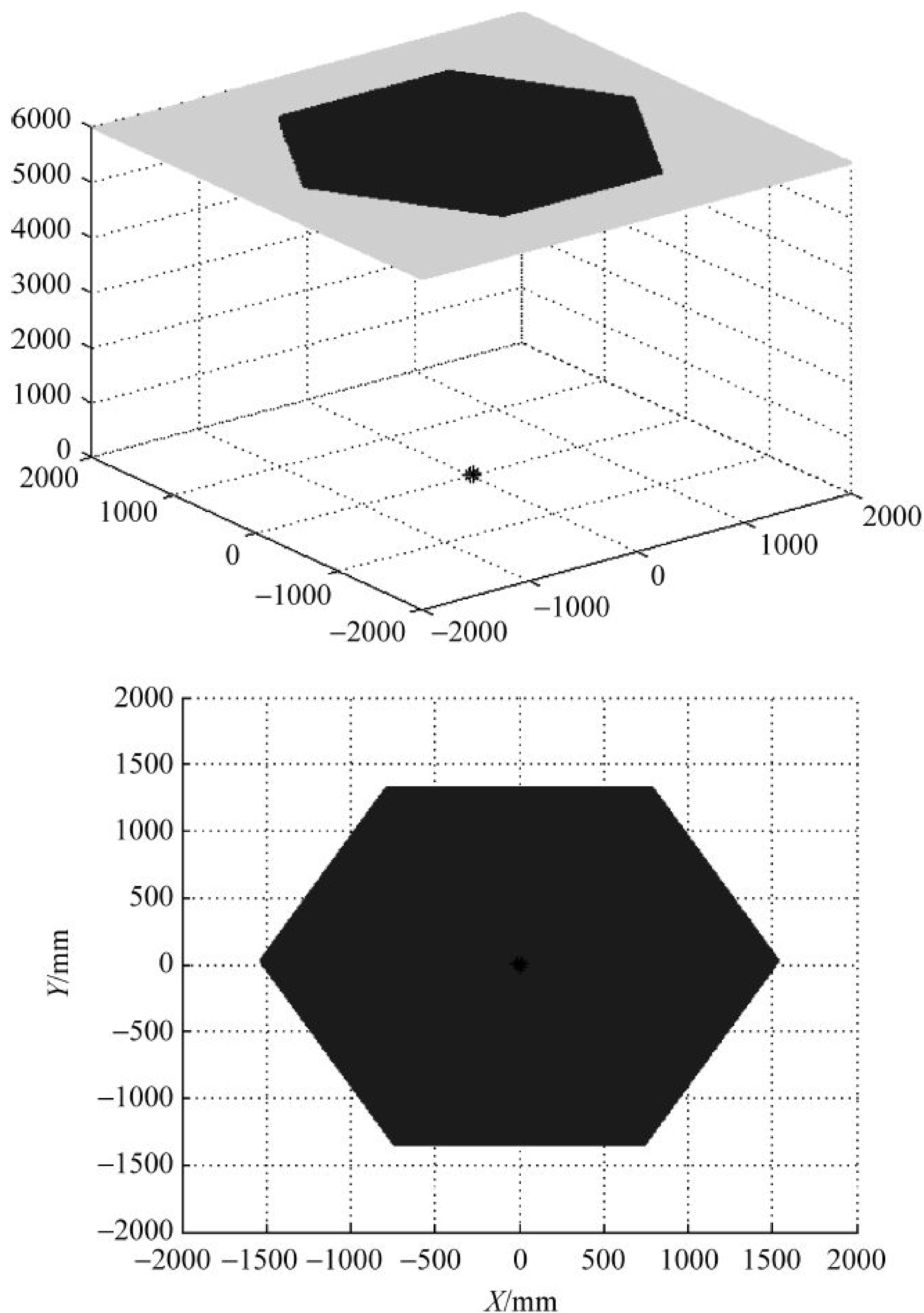
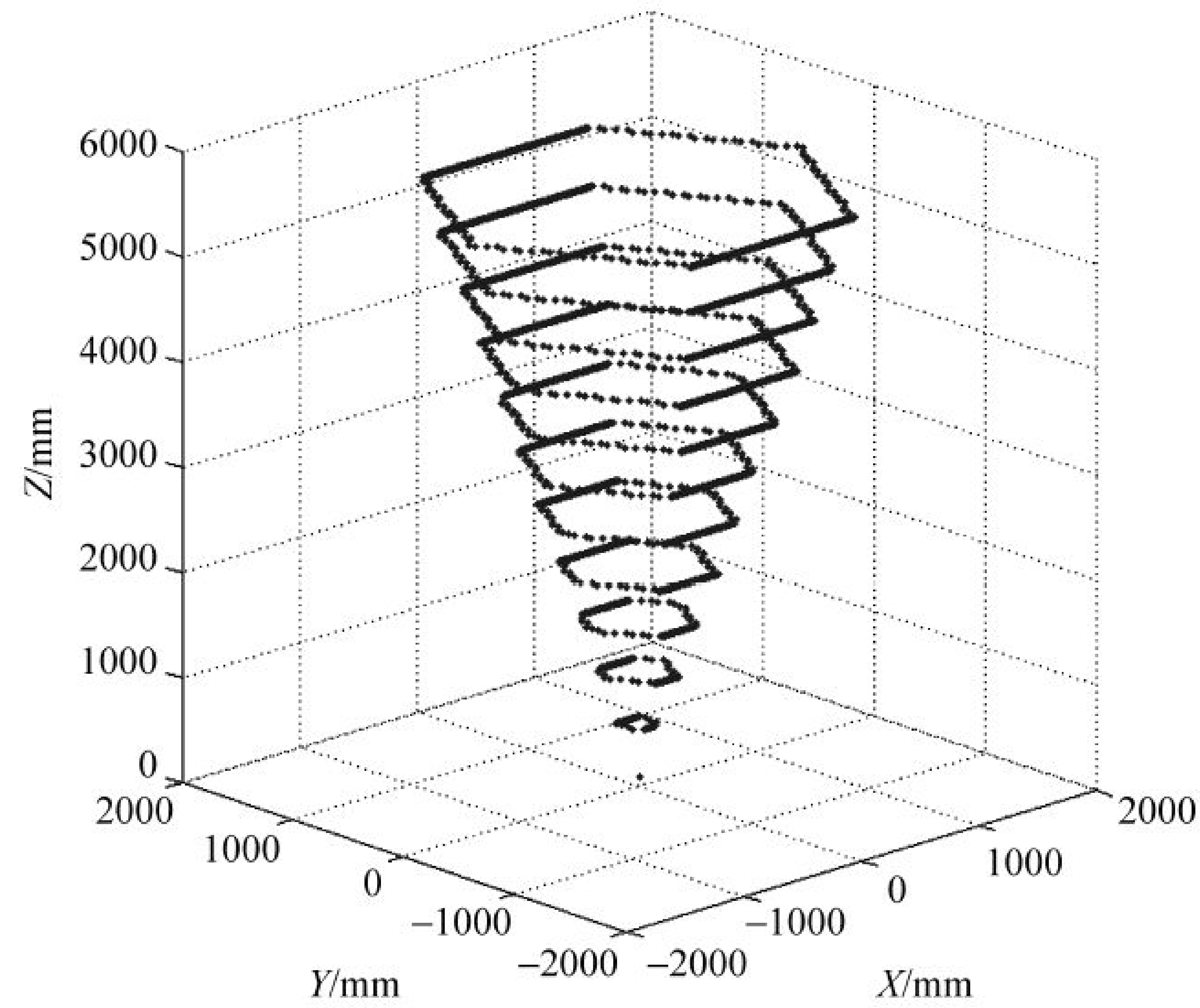
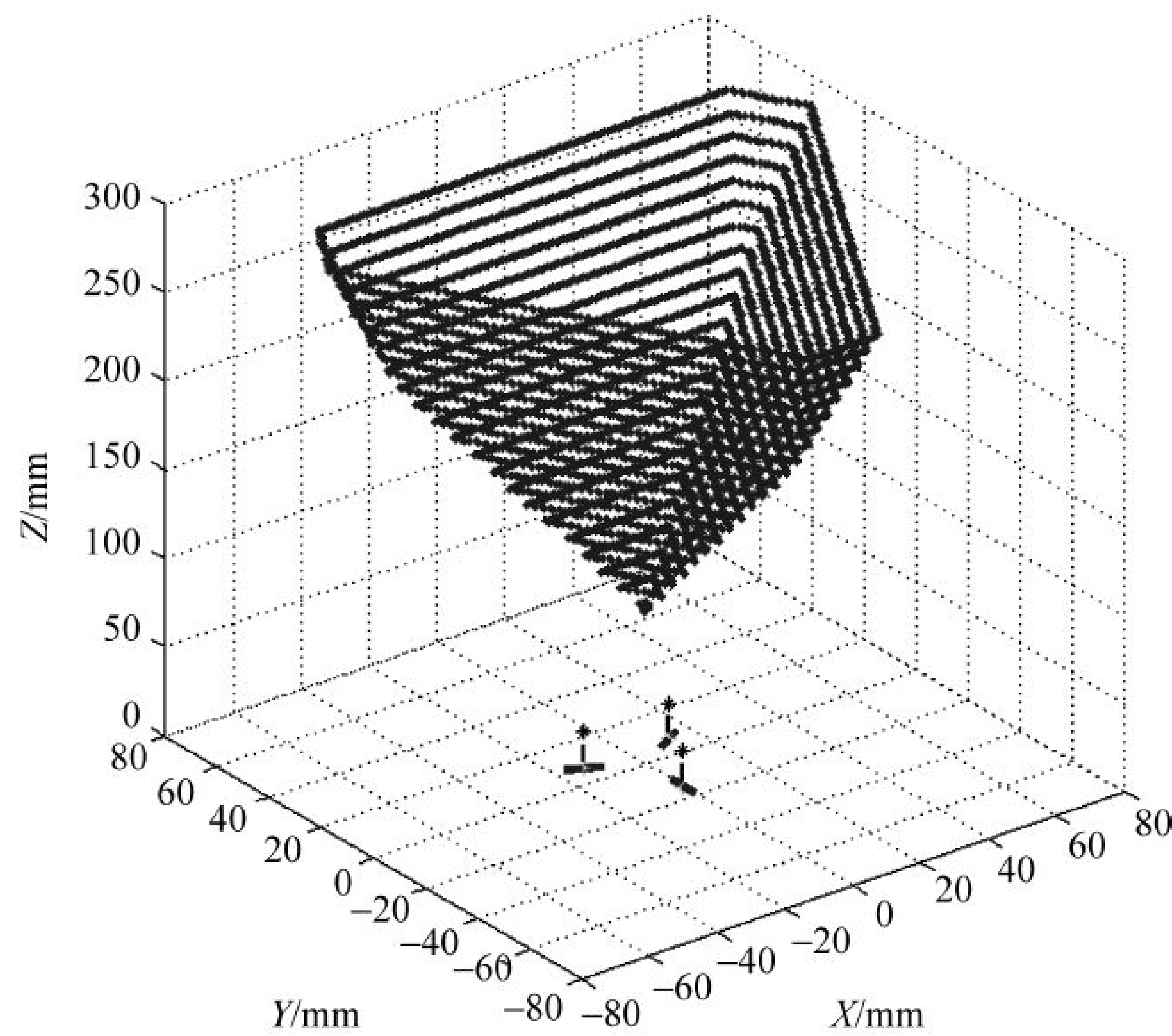


图 6-7 传感器在 $Z=6000$ 平面的可测范围

(3) 多层平面的可测范围。同样的，以 $X=[-2000,2000]$，$Y=[-2000,2000]$，$Z=6000$ 确定的空间为例，空间平面从 $Z=100$ 到 $Z=6000$，设置 Z 平面每 500mm 取一次空间点的可测范围，即平面的取值步长为 500，图 6-8(a)展示了每一层的空间可测量的范围。图 6-8(b)描述的是缩小空间平面步长，以步长为 10 向上增长，即平面 $Z=90$ 到平面 $Z=300$ 在 X-Y 平面上的可测范围。由图 6-8(b)可以看出空间点的可测范围呈现由点到线，再到三角形，直到多边形的变化趋势。



(a) 空间平面从Z=100到Z=6000



(b) 空间平面从Z=90到Z=300

图 6-8　传感器多层平面的可测范围

3. 从 CCD 出发确定空间的可测点

基于三平面交点定位空间点的理论，设置 CCD 被划分成 20 段，即以步长 0.44mm 确定空间发光点的位置。空间中的可测点光源由 3 个 CCD 上感知的点信息

出发，依据每个 CCD 上的感知点信息，利用经过该点的垂直于每个 CCD 的直线，以及透镜的焦点可以确定该点光源的位置信息，其可测范围如图 6-9 所示。

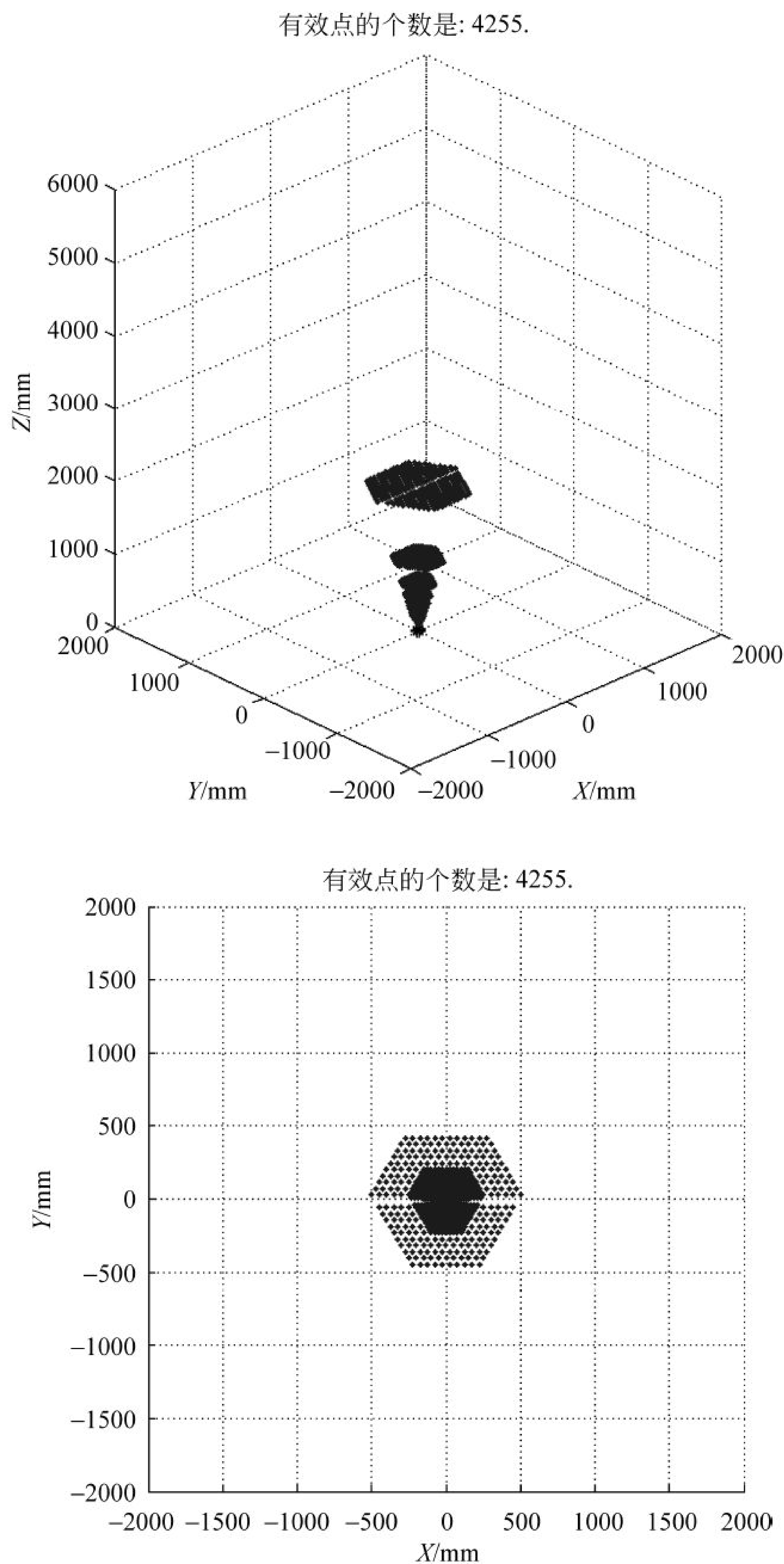


图 6-9 传感器从 CCD 出发确定空间的可测点

同样的，缩小 CCD 上的步长，即 CCD 设计得越精确，其可感知的点越多，可测量范围越广，同时带来更大的时间复杂度。从当前的仿真效果来看，每一层空间的可测点的范围依然是 Y 轴对称的，而且每一层点的分布轮廓由一个点到三角形，再到多边形的测量区间。

根据上述的仿真结果，可以得出如下结论。

（1）在 3 个 CCD 对应中心点的距离不一样的情况下，为了快速确定空间可测点的范围，可将标准的对称摆放的光学空间定位传感器与当前不对称摆放的传感器进行对比，依据 CCD 摆放的位置，使用坐标转换的方法复原到标准光学空间。依据平移到标准坐标的方法得到空间点光源的位置，再使用反向转换的方法得到真实的空间点光源的位置。

（2）仿真过程设定每个传感器可测量空间点的范围是 4m×4m×6m。在一个更大的空间中，每种传感器的空间可测范围并不是规则的形状，所以空间中会有大量的点测不到，而且空间点距传感器越近，可测点的范围越小。若通过光学空间定位传感器测得空间中更多的点，则需要在不同的位置放置传感器，并通过多传感器的融合获得冗余数据，实现多传感器协同工作，这样每个传感器会依据自身位置测得相应的空间可测范围，扩大了空间点的可定位范围。

（3）依据每个点光源投影在每组 CCD 上的 3 个坐标值的特征，可以判断该点光源是否在可测范围内。

① 若 X-Y 平面内 CCD 上感知的 3 组坐标值 (x_i, y_i)，$i=1,2,3$ 有两组或三组在 CCD 的中心点以内，则传感器不能够定位该点光源。

② 若 X-Y 平面内 CCD 上感知的 3 组坐标值 (x_i, y_i)，$i=1,2,3$ 有一组在 CCD 的中心点以内，则其他两组必有一组在 CCD 的中心点以外，并且该组 CCD 坐标值越靠近原点，则可测点光源的位置越高。

③ 若 X-Y 平面内 CCD 上感知的 3 组坐标值 (x_i, y_i)，$i=1,2,3$ 均在 CCD 的中心点以外，则传感器能够定位该点光源，而且 3 组坐标值离中心点越远，可测点光源的位置越低。

④ 若 X-Y 平面内 CCD 上感知的 3 组坐标值 (x_i, y_i)，$i=1,2,3$ 有一组在 CCD 的中心点上，其他两组在 CCD 的中心点以外，则传感器能够定位该点光源。

6.3　问题描述和分析

若通过光学空间定位传感器测得空间中更多的点，则需要多传感器协同工作，利用多传感器的融合获得冗余数据。对于空间运动目标的跟踪系统，采用分布式的配置

方案，要得到更加精确的测量值信息，需要对该系统的状态进行估计，得到最优估计值，进而得到测量信息，其具体操作步骤如下。

首先，对于每个CCD的感知信息，采用第2章介绍的多相曲线水平集演化方法进行图像信息的分割，得到其边缘信息。

其次，针对分布式网络中图像处理得到的多个边缘信息，应用第3章提出的邻居搜索和内核模糊C-均值的数据分类方法实现信息的分类。

最后，对于同一类的数据集，研究其动态模型，并将其动态信息通过网络传输由处理器设计其状态的最优估计。

6.3.1 基于信号选择方案的系统模型

考虑到随机系统中每个传感器由以下线性离散时间形式描述[168,213,217]

$$x(k+1)=(\boldsymbol{A}_k+\boldsymbol{F}_kF_k\boldsymbol{E}_k)x(k)+\boldsymbol{B}_kw_k,\quad k=1,2,\cdots,n \tag{6-1}$$

$$z^i(k)=(\boldsymbol{C}_k^i+\boldsymbol{H}_k^iF_k\boldsymbol{E}_k^i)x(k)+v_k^i,\quad i=1,\cdots,L \tag{6-2}$$

由于受到有限带宽的限制，数据从传感器到处理器的传输不可避免地产生网络拥塞。本章采用逻辑ZOH信号选择方案，旨在主动丢弃错序的数据包。

对于任意的子系统，假定测量值以一个恒定的采样周期 T 采样，且采样时刻用 $t\in\{kT,k\in\mathbb{N}\}$ 表示。设置最大传输延迟不超过 N 步，且 $N(k)\leqslant k$。为了进一步描述带有随机传输延迟、丢包以及错序数据包的网络化系统，图6-10演示了一个典型的应用场景，其分析过程与图5-2所示的三种情况相似。

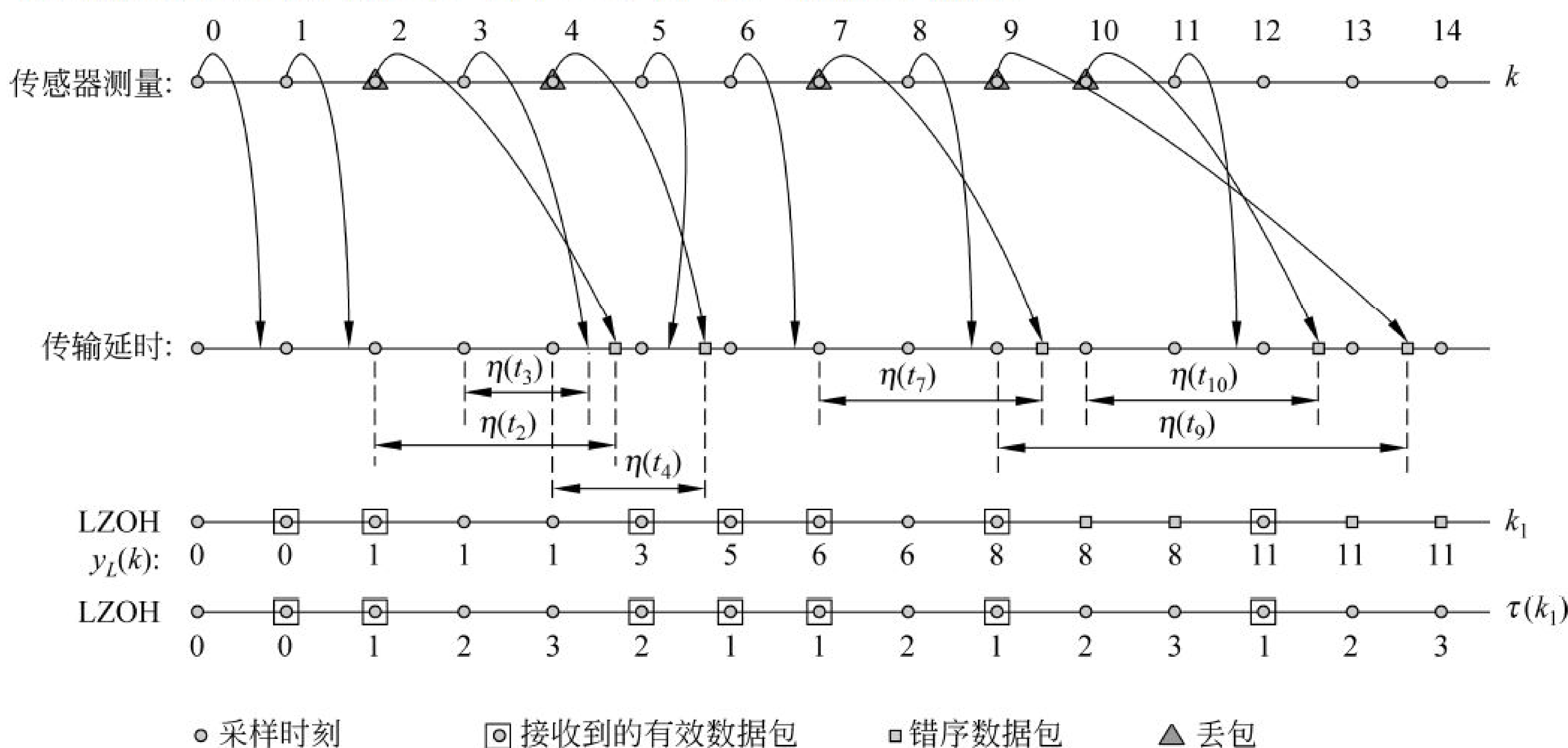


图6-10 含有传输延迟、丢包和错序的数据包序列排序过程

如先前所述，当前时刻 k 接收的是时间戳为 k_1 时刻的信号，将最近的传输之前的时刻表示为 k_2。从传感器到估计器，其相应的传输延迟分别记为 $\eta(k_1)$ 和 $\eta(k_2)$，且满足 $0 \leqslant \eta(k_1) \leqslant \eta(k_2) \leqslant N$。$\tau(k_1) \in \mathbb{N}$ 和 $\tau(k_2) \in \mathbb{N}$ 分别表示在采样时刻应用逻辑 ZOH 方案接收到的数据包的延迟以及传输延迟，它们满足如下关系。

$$k = \tau(k_1) + k_1 = \tau(k_2) + k_2 \tag{6-3}$$

考虑到传输的最新的数据包更接近当前的数据，引入假定的延迟 $\beta(k) \geqslant 0$ 用于表述 k_1 和 k_2 之间的关系，即

$$k_1 = k_2 + \beta(k) \tag{6-4}$$

因此，能够获得 $\tau(k_1) = \tau(k_2) - \beta(k)$，且满足条件 $\tau(k_1) \leqslant \tau(k_2)$。

注释 6.1：为了减轻计算负担，采用测量重组方法。当逻辑 ZOH 接收到带有时间戳的数据包 $z(k_1)$ 时，存储的信号 $y_{LZ}(k)$ 被重组为

$$y_{LZ}(k) = z(k - \tau(k_1)) \tag{6-5}$$

带有时间戳的数据包 $y_{LZ}(k)$ 意味着数据通过通信网络从传感器到处理器(或估计器)的传输过程，处理器(或估计器)在每个采样时刻能够获得数据包延迟和丢包信息[141]。

6.3.2　交叉相关性噪声

在工程应用中，分布式系统在数据传输过程中涉及交叉相关性噪声[161,168,213]。在同一时刻，假定过程噪声 w_k 和测量噪声 v_k^i 是互相关的；同样地，第 i 个子系统的测量噪声 v_k^i 和第 j 个子系统的测量噪声 v_k^j 是交叉相关的，其统计属性满足如下关系。

$$\begin{gathered} E(w_k) = 0, \quad E(v_k^i) = 0 \\ E\left(\begin{pmatrix} w_k \\ v_k^i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_l^{\mathrm{T}} & (v_k^j)^{\mathrm{T}} \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}_k \delta_{k,l} & \boldsymbol{S}_k^j \delta_{k,l} \\ (\boldsymbol{S}_k^i)^{\mathrm{T}} \delta_{k,l} & \boldsymbol{R}_k^{i,j} \delta_{k,l} \end{pmatrix} \end{gathered} \tag{6-6}$$

其中，协方差满足 $\boldsymbol{Q}_k = \boldsymbol{Q}_k^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{R}_k^{i,j} = (\boldsymbol{R}_k^{j,i})^{\mathrm{T}}$，且 $\boldsymbol{S}_k^{i,j} = (\boldsymbol{S}_k^{j,i})^{\mathrm{T}}$。

由于存储的测量序列是含有随机传输延迟、丢包以及错序现象的，分布式估计问题被转化为使用逻辑 ZOH 方案寻找最优的状态估计 $\hat{x}_{LZ}(k \mid k)$，该估计值融合并补偿了每个局部估计 $\hat{x}_{LZ}^i(k - \tau^i(k_1) \mid k - \tau^i(k_1))$。

6.4　基于逻辑 ZOH 的估计器

针对考虑的不确定系统(6-1)和(6-2)，本节研究基于鲁棒有限时域滤波的分布式融合估计方法。首先，提出增广的状态向量，以确定滤波和预测协方差矩阵的上界。

其次，一种基于估计的线性时滞补偿方案用于处理随机传输延迟，并提高计算效率。第三，对于丢失的数据包，采用一步预测估计方法进行补偿。最后，提出一种加权的融合估计方法，用于子系统估计信息的再次优化。

6.4.1 子系统的增广状态向量

对于第 i 个子系统，假设当前的采样时刻为 k，并且存储的数据包是 $y_{LZ}^{i}(k)$。根据逻辑 ZOH 的作用，接收到的有效的数据包在传输前是 $z^{i}(k-\tau^{i}(k_1))$，其传输时滞记为 $\tau^{i}(k_1)$。由于 $\tau^{i}(k_1)=\tau^{i}(k_2)-\beta^{i}(k)$，依据式(6-2)和式(6-5)，测量值被重组为

$$y_{LZ}^{i}(k)=z^{i}(t)=(\boldsymbol{C}_{t}^{i}+\boldsymbol{H}_{t}^{i}F_{t}\boldsymbol{E}_{t}^{i})x(t)+v_{t}^{i} \tag{6-7}$$

假设估计器有足够的处理能力计算最优状态估计，即根据所存储的数据 $\{y_{LZ}^{i}(0),\cdots,y_{LZ}^{i}(k-1),y_{LZ}^{i}(k)\}$ 获得 $\hat{x}_{LZ}^{i}(t\mid t)$。

第 5 章介绍的鲁棒有限时域卡尔曼型滤波方法的目标是对每个子系统获得最优状态估计 $\hat{x}_{LZ}^{i}(k\mid k)$，设计带有随机传输延迟的状态估计可以通过下面的递归方法得到。

$$\hat{x}_{LZ}^{i}(t\mid t)=\hat{x}_{LZ}^{i}(t\mid t-1)+\boldsymbol{K}_{LZ,t}^{i}(z^{i}(t)-\hat{\boldsymbol{C}}_{LZ,t}^{i}\hat{x}_{LZ}^{i}(t\mid t-1)) \tag{6-8}$$

$$\hat{x}_{LZ}^{i}(t+1\mid t)=\hat{\boldsymbol{A}}_{LZ,t}^{i}\hat{x}_{LZ}^{i}(t\mid t-1)+\boldsymbol{L}_{LZ,t}^{i}(z^{i}(t)-\hat{\boldsymbol{C}}_{LZ,t}^{i}\hat{x}_{LZ}^{i}(t\mid t-1)) \tag{6-9}$$

式中，$\hat{x}_{LZ}^{i}(t\mid t)$ 表示该滤波值，$\hat{x}_{LZ}^{i}(t+1\mid t)$ 是预测值，$x(t)$是传输之前的时刻 t 的状态。定义 $\hat{\boldsymbol{C}}_{LZ,t}^{i}$、$\boldsymbol{K}_{LZ,t}^{i}$、$\hat{\boldsymbol{A}}_{LZ,t}^{i}$ 和 $\boldsymbol{L}_{LZ,t}^{i}$ 为滤波参数。为了求解滤波和预测协方差矩阵的上限，定义增广的状态向量如下。

$$\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}_{LZ}^{i}(t)=\begin{bmatrix}\tilde{e}_{LZ}^{i}(t)\\ \hat{x}_{LZ}^{i}(t\mid t-1)\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{\Psi}_{LZ}^{i}(t)=\begin{bmatrix}e_{LZ}^{i}(t)\\ \hat{x}_{LZ}^{i}(t\mid t)\end{bmatrix} \tag{6-10}$$

并且 $\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}_{LZ}(t+1)=\begin{bmatrix}\tilde{e}_{LZ}^{i}(t+1)\\ \hat{x}_{LZ}^{i}(t+1\mid t)\end{bmatrix}$，其中误差定义为 $\tilde{e}_{LZ}^{i}(t)\triangleq x(t)-\hat{x}_{LZ}^{i}(t\mid t-1)$ 和 $e_{LZ}^{i}(t)=x(t)-\hat{x}_{LZ}^{i}(t\mid t)$。此外，结合式(6-1)、式(6-8)至式(6-10)，增广的系统方程被表示为

$$\boldsymbol{\Psi}_{LZ}^{i}(t)=(\boldsymbol{A}_{LZ,t1}^{i}+\boldsymbol{H}_{LZ,t1}^{i}F_{t}\boldsymbol{E}_{LZ,t1}^{i})\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}_{LZ}^{i}(t)+\boldsymbol{D}_{LZ,t1}^{i}v_{t}^{i} \tag{6-11}$$

$$\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}_{LZ}^{i}(t+1)=(\boldsymbol{A}_{LZ,t2}^{i}+\boldsymbol{H}_{LZ,t2}^{i}F_{t}\boldsymbol{E}_{LZ,t2}^{i})\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}_{LZ}^{i}(t)+\boldsymbol{B}_{LZ,t2}w_{t}+\boldsymbol{D}_{LZ,t2}^{i}v_{t}^{i} \tag{6-12}$$

且式中的符号定义如下。

$$
\begin{cases}
\boldsymbol{A}_{LZ,t1}^{i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_{LZ,t}^{i}\boldsymbol{C}_{t}^{i} & \boldsymbol{K}_{LZ,t}^{i}(\hat{\boldsymbol{C}}_{LZ,t}^{i} - \boldsymbol{C}_{t}^{i}) \\ \boldsymbol{K}_{LZ,t}^{i}\boldsymbol{C}_{t}^{i} & \boldsymbol{I} + \boldsymbol{K}_{LZ,t}^{i}(\boldsymbol{C}_{t}^{i} - \hat{\boldsymbol{C}}_{LZ,t}^{i}) \end{bmatrix} \\
\boldsymbol{H}_{LZ,t1}^{i} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{K}_{LZ,t}^{i}\boldsymbol{H}_{t}^{i} \\ \boldsymbol{K}_{LZ,t}^{i}\boldsymbol{H}_{t}^{i} \end{bmatrix}, \\
\boldsymbol{E}_{LZ,t1}^{i} = [\boldsymbol{E}_{t}^{i} \quad \boldsymbol{E}_{t}^{i}], \\
\boldsymbol{D}_{LZ,t1}^{i} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{K}_{LZ,t}^{i} \\ \boldsymbol{K}_{LZ,t}^{i} \end{bmatrix} \\
\boldsymbol{A}_{LZ,t2}^{i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{t} - \boldsymbol{L}_{LZ,t}^{i}\boldsymbol{C}_{t}^{i} & \boldsymbol{A}_{t} - \hat{\boldsymbol{A}}_{LZ,t}^{i} + \boldsymbol{L}_{LZ,t}^{i}(\hat{\boldsymbol{C}}_{LZ,t}^{i} - \boldsymbol{C}_{t}^{i}) \\ \boldsymbol{L}_{LZ,t}^{i}\boldsymbol{C}_{t}^{i} & \hat{\boldsymbol{A}}_{LZ,t}^{i} + \boldsymbol{L}_{LZ,t}^{i}(\boldsymbol{C}_{t}^{i} - \hat{\boldsymbol{C}}_{LZ,t}^{i}) \end{bmatrix} \\
\boldsymbol{H}_{LZ,t2}^{i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{t}^{i} - \boldsymbol{L}_{LZ,t}^{i}\boldsymbol{H}_{t}^{i} \\ \boldsymbol{L}_{LZ,t}^{i}\boldsymbol{H}_{t}^{i} \end{bmatrix}, \\
\boldsymbol{E}_{LZ,t2}^{i} = [\boldsymbol{E}_{t}^{i} \quad \boldsymbol{E}_{t\ r}^{i}] \\
\boldsymbol{B}_{LZ,t2} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{t} \\ 0 \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{D}_{LZ,t2}^{i} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{L}_{LZ,t}^{i} \\ \boldsymbol{L}_{LZ,t}^{i} \end{bmatrix}
\end{cases}
\tag{6-13}
$$

依据式(6-11)和式(6-12),设协方差矩阵是 $\widetilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{i}(t) = E(\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}_{LZ}^{i}(t)(\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}_{LZ}^{i}(t))^{\mathrm{T}})$ 和 $\widetilde{\boldsymbol{\Theta}}_{LZ}^{i}(t) = E(\boldsymbol{\Psi}_{LZ}^{i}(t)(\boldsymbol{\Psi}_{LZ}^{i}(t))^{\mathrm{T}})$。基于式(6-10)给定的增广估计向量,滤波协方差为

$$
\widetilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{i}(t) = \begin{bmatrix} \overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{i}(t) & 0 \\ 0 & \boldsymbol{P}(t) - \overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{i}(t) \end{bmatrix} \tag{6-14}
$$

式(6-14)中协方差的定义为 $\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{i}(t) = E(\tilde{e}_{LZ}^{i}(t)(\tilde{e}_{LZ}^{i}(t))^{\mathrm{T}})$ 和 $\boldsymbol{P}(t) = E(x(t)x^{\mathrm{T}}(t))$。

根据式(6-11)至式(6-14),类似黎卡提方程(Riccati-like equations)的估计误差协方差的推导结果为

$$
\begin{aligned}
\widetilde{\boldsymbol{\Theta}}_{LZ}^{i}(t) = & (\boldsymbol{A}_{LZ,t1}^{i} + \boldsymbol{H}_{LZ,t1}^{i}F_{t}\boldsymbol{E}_{LZ,t1}^{i})\widetilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{i}(t)(\boldsymbol{A}_{LZ,t1}^{i} + \boldsymbol{H}_{LZ,t1}^{i}F_{t}\boldsymbol{E}_{LZ,t1}^{i})^{\mathrm{T}} + \\
& \boldsymbol{D}_{LZ,t1}^{i}\boldsymbol{R}_{t}^{i}(\boldsymbol{D}_{LZ,t1}^{i})^{\mathrm{T}}
\end{aligned}
\tag{6-15}
$$

且

$$
\begin{aligned}
\widetilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{i}(t+1) = & (\boldsymbol{A}_{LZ,t2}^{i} + \boldsymbol{H}_{LZ,t2}^{i}F_{t}\boldsymbol{E}_{LZ,t2}^{i})\widetilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{i}(t)(\boldsymbol{A}_{LZ,t2}^{i} + \boldsymbol{H}_{LZ,t2}^{i}F_{t}\boldsymbol{E}_{LZ,t2}^{i})^{\mathrm{T}} + \\
& \boldsymbol{B}_{LZ,t2}Q_{t}\boldsymbol{B}_{LZ,t2}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{D}_{LZ,t2}^{i}\boldsymbol{R}_{t}^{i}(\boldsymbol{D}_{LZ,t2}^{i})^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{B}_{LZ,t2}\boldsymbol{S}_{t}^{i}(\boldsymbol{D}_{LZ,t2}^{i})^{\mathrm{T}} + \\
& \boldsymbol{D}_{LZ,t2}^{i}(\boldsymbol{S}_{t}^{i})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_{LZ,t2}^{\mathrm{T}}
\end{aligned}
\tag{6-16}
$$

6.4.2 估计协方差的上界

基于增广的状态向量，用于计算相应的滤波误差协方差和预测误差协方差。设计鲁棒有限时域卡尔曼型滤波器需要探测合适的滤波参数，这些参数的确定依据估计误差协方差矩阵。

定理 6.1：根据引理 5.1 和引理 5.2，对于式（6-15）和式（6-16）包含的 $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{HFE})\boldsymbol{X}(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{HFE})^{\mathrm{T}}$ 形式，如果存在一个正定的标量 α_t 和一个对称的正定矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}_{LZ}^i(t)$，它们满足 $\alpha_t^{-1}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}_{LZ,t2}^i\boldsymbol{\Sigma}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{E}_{LZ,t2}^i)^{\mathrm{T}}>0$，且不等式 $\widetilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^i(t)\leqslant\boldsymbol{\Sigma}_{LZ}^i(t)$ 和 $\widetilde{\boldsymbol{\Theta}}_{LZ}^i(t)\leqslant\boldsymbol{\Theta}_{LZ}^i(t)$ 成立。因此，误差协方差的上限 $\boldsymbol{\Theta}_{LZ}^i(t)$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}_{LZ}^i(t+1)$ 可以通过下面的递归公式计算得到。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Theta}_{LZ}^i(t)=&\boldsymbol{A}_{LZ,t1}^i\boldsymbol{\Sigma}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{A}_{LZ,t1}^i)^{\mathrm{T}}+\alpha_t^{-1}\boldsymbol{H}_{LZ,t1}^i(\boldsymbol{H}_{LZ,t1}^i)^{\mathrm{T}}+\\&\boldsymbol{D}_{LZ,t1}^i\boldsymbol{R}_t^i(\boldsymbol{D}_{LZ,t1}^i)^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{A}_{LZ,t1}^i\boldsymbol{\Sigma}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{E}_{LZ,t1}^i)^{\mathrm{T}}\times\\&(\alpha_t^{-1}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}_{LZ,t1}^i\boldsymbol{\Sigma}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{E}_{LZ,t1}^i)^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{E}_{LZ,t1}^i\boldsymbol{\Sigma}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{A}_{LZ,t1}^i)^{\mathrm{T}}\end{aligned}\tag{6-17}$$

和

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Sigma}_{LZ}^i(t+1)=&\boldsymbol{A}_{LZ,t2}^i\boldsymbol{\Sigma}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{A}_{LZ,t2}^i)^{\mathrm{T}}+\alpha_t^{-1}\boldsymbol{H}_{LZ,t2}^i(\boldsymbol{H}_{LZ,t2}^i)^{\mathrm{T}}+\\&\boldsymbol{A}_{LZ,t2}^i\boldsymbol{\Sigma}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{E}_{LZ,t2}^i)^{\mathrm{T}}(\alpha_t^{-1}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}_{LZ,t2}^i\boldsymbol{\Sigma}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{E}_{LZ,t2}^i)^{\mathrm{T}})^{-1}\times\\&\boldsymbol{E}_{LZ,t2}^i\boldsymbol{\Sigma}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{A}_{LZ,t2}^i)^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_{LZ,t2}^iQ_t^i(\boldsymbol{B}_{LZ,t2}^i)^{\mathrm{T}}+\\&\boldsymbol{D}_{LZ,t2}^i\boldsymbol{R}_t^i(\boldsymbol{D}_{LZ,t2}^i)^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_{LZ,t2}\boldsymbol{S}_t^i(\boldsymbol{D}_{LZ,t2}^i)^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{D}_{LZ,t2}^i(\boldsymbol{S}_t^i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_{LZ,t2}^{\mathrm{T}}\end{aligned}\tag{6-18}$$

证明：其证明依据引理 5.1 和引理 5.2，并且类似的推导过程可以参考文献[137，141，218]。

基于定理 6.1 以及卡尔曼型滤波方法，为实现最小化滤波和预测误差协方差的目标，需要通过探索适当的滤波参数进一步计算得到。接下来，误差协方差矩阵的上限分别定义为

$$\begin{aligned}E(e_{LZ}^i(t)(e_{LZ}^i(t))^{\mathrm{T}})=&[\boldsymbol{I}\quad 0]\widetilde{\boldsymbol{\Theta}}_{LZ}^i(t)\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}\\0\end{bmatrix}\\\leqslant&[\boldsymbol{I}\quad 0]\boldsymbol{\Theta}_{LZ}^i(t)\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}\\0\end{bmatrix}=\overline{\boldsymbol{\Theta}}_{LZ}^i(t)\end{aligned}\tag{6-19}$$

和

$$\begin{aligned}&E(\tilde{e}_{LZ}^i(t+1)(\tilde{e}_{LZ}^i(t+1))^{\mathrm{T}})=[\boldsymbol{I}\quad 0]\widetilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^i(t+1)\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}\\0\end{bmatrix}\\&\leqslant[I\quad 0]\boldsymbol{\Sigma}_{LZ}^i(t+1)\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}\\0\end{bmatrix}=\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^i(t+1)\end{aligned}\tag{6-20}$$

然后，式(6-8)和式(6-9)中提出的鲁棒有限时域卡尔曼型滤波的最优值由定理 6.2 推导得到。

定理 6.2：在当前时刻 k 接收到的有效的测量值 $y_{LZ}^i(k)$ 带有传输延时 $\tau^i(k_1)$。设 $t=k-\tau^i(k_1)$，且变量 α_t 是一个正标量。矩阵 $\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^i(t)$ 和 $\boldsymbol{P}(t)$ 是通过以下离散时间的类似黎卡提迭代公式得到的正定解。

$$\overline{\boldsymbol{\Theta}}_{LZ}^i(t)=\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^i(t)+\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{E}_t^i)^{\mathrm{T}}(\widetilde{\boldsymbol{M}}_{LZ,t}^i)^{-1}\boldsymbol{E}_t^i\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^i(t)-\boldsymbol{\Lambda}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{\Xi}_{LZ}^i(t))^{-1}(\boldsymbol{\Lambda}_{LZ}^i(t))^{\mathrm{T}} \tag{6-21}$$

$$\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^i(t+1)=\boldsymbol{A}_t\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{I}+(\boldsymbol{E}_t^i)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{M}_{LZ,t}^i)^{-1}\boldsymbol{E}_t^i\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^i(t))\boldsymbol{A}_t^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{\Delta}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{\Xi}_{LZ}^i(t))^{-1}(\boldsymbol{\Delta}_{LZ}^i(t))^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_t\boldsymbol{Q}_t\boldsymbol{B}_t^{\mathrm{T}}+\alpha_t^{-1}\boldsymbol{F}_t\boldsymbol{F}_t^{\mathrm{T}} \tag{6-22}$$

$$\boldsymbol{P}(t+1)=\boldsymbol{A}_t(\boldsymbol{P}^{-1}(t)-\alpha_t(\boldsymbol{E}_t^i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_t^i)^{-1}\boldsymbol{A}_t^{\mathrm{T}}+\alpha_t^{-1}\boldsymbol{F}_t\boldsymbol{F}_t^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_t\boldsymbol{Q}_t\boldsymbol{B}_t^{\mathrm{T}} \tag{6-23}$$

其中的符号定义为 $\boldsymbol{\Lambda}_{LZ}^i(t)=\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{C}_t^i)^{\mathrm{T}}+\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{E}_t^i)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{M}_{LZ,t}^i)^{-1}\boldsymbol{E}_t^i\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{C}_t^i)^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{\Delta}_{LZ}^i(t)=\boldsymbol{A}_t\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{I}+(\boldsymbol{E}_t^i)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{M}_{LZ,t}^i)^{-1}\boldsymbol{E}_t^i\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^i(t))(\boldsymbol{C}_t^i)^{\mathrm{T}}+\alpha_t^{-1}\boldsymbol{F}_t(\boldsymbol{H}_t^i)^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_t\boldsymbol{S}_t^i$。且上式满足条件 $\boldsymbol{P}^{-1}(t)-\alpha_t(\boldsymbol{E}_t^i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_t^i>0$ 以及 $\boldsymbol{M}_{LZ,t}^i=\alpha_t^{-1}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}_t^i\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{E}_t^i)^{\mathrm{T}}>0$。

通过推导，滤波参数的求解结果为

$$\hat{\boldsymbol{C}}_{LZ,t}^i=\boldsymbol{C}_t^i(\boldsymbol{I}+\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{E}_t^i)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{M}_{LZ,t}^i)^{-1}\boldsymbol{E}_t^i) \tag{6-24}$$

$$\boldsymbol{K}_{LZ,t}^i=\boldsymbol{\Lambda}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{\Xi}_{LZ}^i(t))^{-1} \tag{6-25}$$

$$\hat{\boldsymbol{A}}_{LZ,t}^i=\boldsymbol{A}_t(\boldsymbol{I}+\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{E}_t^i)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{M}_{LZ,t}^i)^{-1}\boldsymbol{E}_t^i) \tag{6-26}$$

$$\boldsymbol{L}_{LZ,t}^i=\boldsymbol{\Delta}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{\Xi}_{LZ}^i(t))^{-1} \tag{6-27}$$

式中，$\boldsymbol{\Xi}_{LZ}^i(t)=\boldsymbol{C}_t^i\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^i(t)(\boldsymbol{I}+(\boldsymbol{E}_t^i)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{M}_{LZ,t}^i)^{-1}\boldsymbol{E}_t^i\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^i(t))(\boldsymbol{C}_t^i)^{\mathrm{T}}+\alpha_t^{-1}\boldsymbol{H}_t^i(\boldsymbol{H}_t^i)^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{R}_t^i$，且 $\widetilde{\boldsymbol{M}}_{LZ,t}^i=\alpha_t^{-1}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}_t^i\boldsymbol{P}(t)(\boldsymbol{E}_t^i)^{\mathrm{T}}$。

证明：该定理由最小化估计误差协方差矩阵的上限演化得到，其推导过程类似于定理 5.2。

6.4.3　随机延迟的线性补偿

获得的局部最优状态估计 $\hat{x}_{LZ}^i(t\mid t)$ 用于补偿在当前时刻 k 的估计值 $\hat{x}_{LZ}^i(k\mid t)$。提出的基于估计的线性时滞补偿方法用于减轻处理传输延迟带来的计算负担。

估计状态 $\hat{x}_{LZ}^i(k\mid t)$ 取决于最大的延迟 N 和当前接收的传输延迟 $\tau^i(k_1)$，因此，预测值 $\hat{x}_{LZ}^i(t+1\mid t)$ 用于线性补偿方法，即

$$\hat{x}_{LZ}^{i}(k \mid t)=\left(1-\frac{\tau^{i}(k_1)-1}{N}\right)\hat{x}_{LZ}^{i}(t+1 \mid t) \tag{6-28}$$

注释 6.2：第 i 个子系统使用逻辑 ZOH 方案处理信号，接收到的数据延迟 $\tau^i(k_1)$ 小于传输延迟 $\tau^i(k_2)$，即 $\tau^i(k_1) \leqslant \tau^i(k_2)$。考虑到确认数据包在传输之前被分配最高的传输优先级，因此，接收到的数据延迟会被忽略。滤波器 $\hat{x}_{LZ}^{i}(t \mid t)$ 用于估计式(6-28)中的状态值 $\hat{x}_{LZ}^{i}(k \mid t)$。

对于下一个采样时刻 $k+1$，到达的数据 $y_{LZ}^{i}(k+1)$ 带有时滞 $\tau^i(k_1+1)$；同时，接收到的测量输出 $z^i(s)$ 是带有时间戳的，其中 $s=k+1-\tau^i(k_1+1)$。使用逻辑 ZOH 方案，避免了数据包的错序现象，即满足 $s \geqslant t$，滤波值 $\hat{x}_{LZ}^{i}(s \mid s)$ 的计算符合 $s=t$ 或 $s=t+1$，以及 $s>t+1$ 两种情况，其分析过程类似于 5.3.1 节，在此不再赘述。

根据给定的系统(6-1)和(6-2)，补偿的估计误差协方差矩阵和滤波器参数由递推公式(6-21)至式(6-27)计算得到。

6.4.4 分布式加权融合估计

对于每个子系统，基于定理 6.2 能够得到局部的状态估计。考虑到网络诱导的随机传输延迟、丢包以及错序现象，当前的估计状态由式(6-28)近似计算得到。为了提高状态估计精度，本节研究基于估计的线性时滞补偿策略和加权融合准则，采用最小化的估计误差互协方差矩阵，执行任意两个子系统之间的信息交换。

定理 6.3：针对线性离散时间系统，在当前采样时刻 k，基于线性时滞补偿策略，在第 i 个子系统以及第 j 个子系统之间的滤波误差互协方差矩阵 $\overline{\boldsymbol{\Theta}}_{LZ}^{i,j}(t)$ 以及预测误差互协方差矩阵 $\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{i,j}(t+1)$ 的上限分别有以下表达形式。

$$\begin{aligned}
\overline{\boldsymbol{\Theta}}_{LZ}^{i,j}(t) &= [\boldsymbol{I} \quad 0]\boldsymbol{\Theta}_{LZ}^{i,j}(t)\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}\\ 0\end{bmatrix} \\
&= (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_{LZ,t}^{i}\boldsymbol{C}_t^i)\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{i,j}(t)\,(\boldsymbol{I}-K_{LZ,t}^{j}\boldsymbol{C}_t^j)^{\mathrm{T}}+ \\
&\quad (\boldsymbol{K}_{LZ,t}^{i}(\hat{\boldsymbol{C}}_{LZ,t}^{i}-\boldsymbol{C}_t^i))(\boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{i,j}(t))(\boldsymbol{K}_{LZ,t}^{j}(\hat{\boldsymbol{C}}_{LZ,t}^{j}-\boldsymbol{C}_t^j))^{\mathrm{T}}+ \\
&\quad (\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{i}(t)+\boldsymbol{K}_{LZ,t}^{i}(\hat{\boldsymbol{C}}_{LZ,t}^{i}(\boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{i}(t))-\boldsymbol{C}_t^i\boldsymbol{P}(t)))(\boldsymbol{E}_t^i)^{\mathrm{T}}\,(\widetilde{\boldsymbol{M}}_{LZ,t}^{i,j})^{-1}\boldsymbol{E}_t^j\times \\
&\quad (\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{j}(t)+\boldsymbol{K}_{LZ,t}^{j}(\hat{\boldsymbol{C}}_{LZ,t}^{j}(\boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{j}(t))-\boldsymbol{C}_t^j\boldsymbol{P}(t)))^{\mathrm{T}}+ \\
&\quad \alpha_t^{-1}\boldsymbol{K}_{LZ,t}^{i}\boldsymbol{H}_t^i\,(\boldsymbol{H}_t^j)^{\mathrm{T}}\,(\boldsymbol{K}_{LZ,t}^{j})^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{K}_{LZ,t}^{i}\boldsymbol{R}_t^{i,j}\,(\boldsymbol{K}_{LZ,t}^{j})^{\mathrm{T}}
\end{aligned} \tag{6-29}$$

和

$$
\begin{aligned}
\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{i,j}(t+1)=&[\boldsymbol{I}\quad 0]\boldsymbol{\Sigma}_{LZ}^{i,j}(t+1)\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}\\0\end{bmatrix}\\
=&(\boldsymbol{A}_t-\boldsymbol{L}_{LZ,t}^{i}\boldsymbol{C}_t^{i})\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{i,j}(t)(\boldsymbol{A}_t-\boldsymbol{L}_{LZ,t}^{j}\boldsymbol{C}_t^{j})^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_t\boldsymbol{Q}_t\boldsymbol{B}_t^{\mathrm{T}}+\\
&\boldsymbol{L}_{LZ,t}^{i}\boldsymbol{R}_t^{i,j}(\boldsymbol{L}_{LZ,t}^{j})^{\mathrm{T}}+(\boldsymbol{A}_t-\hat{\boldsymbol{A}}_{LZ,t}^{i}+\boldsymbol{L}_{LZ,t}^{i}(\hat{\boldsymbol{C}}_{LZ,t}^{i}-\boldsymbol{C}_t^{i}))(\boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{i,j}(t))\times\\
&(\boldsymbol{A}_t-\hat{\boldsymbol{A}}_{LZ,t}^{j}+\boldsymbol{L}_{LZ,t}^{j}(\hat{\boldsymbol{C}}_{LZ,t}^{j}-\boldsymbol{C}_t^{j}))^{\mathrm{T}}+\\
&((\boldsymbol{A}_t-\boldsymbol{L}_{LZ,t}^{i}\boldsymbol{C}_t^{i})\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{i}(t)+(\boldsymbol{A}_t-\hat{\boldsymbol{A}}_{LZ,t}^{i}+\boldsymbol{L}_{LZ,t}^{i}(\hat{\boldsymbol{C}}_{LZ,t}^{i}-\boldsymbol{C}_t^{i}))\times\\
&(\boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{i}(t)))(\boldsymbol{E}_t^{i})^{\mathrm{T}}(\widetilde{\boldsymbol{M}}_{LZ,t}^{i,j})^{-1}\boldsymbol{E}_t^{j}(\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{j}(t)(\boldsymbol{A}_t-\boldsymbol{L}_{LZ,t}^{j}\boldsymbol{C}_t^{j})^{\mathrm{T}}+\\
&(\boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{j}(t))(\boldsymbol{A}_t-\hat{\boldsymbol{A}}_{LZ,t}^{j}+\boldsymbol{L}_{LZ,t}^{j}(\hat{\boldsymbol{C}}_{LZ,t}^{j}-\boldsymbol{C}_t^{j}))^{\mathrm{T}})+\\
&\alpha_t^{-1}(F_t-\boldsymbol{L}_{LZ,t}^{i}\boldsymbol{H}_t^{i})(F_t-\boldsymbol{L}_{LZ,t}^{j}\boldsymbol{H}_t^{j})^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{B}_t\boldsymbol{S}_t^{j}(\boldsymbol{L}_{LZ,t}^{j})^{\mathrm{T}}-\\
&\boldsymbol{L}_{LZ,t}^{i}(\boldsymbol{S}_t^{i})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_t^{\mathrm{T}}
\end{aligned}
\tag{6-30}
$$

其中 $\widetilde{\boldsymbol{M}}_{LZ,t}^{i,j}=\alpha_t^{-1}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}_t^{i}\boldsymbol{P}(t)(\boldsymbol{E}_t^{j})^{\mathrm{T}}$，且 $\boldsymbol{M}_{LZ,t}^{i,j}=\alpha_t^{-1}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}_t^{i}\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{i,j}(t)(\boldsymbol{E}_t^{j})^{\mathrm{T}}$。

不失一般性，根据第 i 个子系统以及第 j 个子系统分别得到的估计状态 $\hat{x}_{LZ}^{i}(k\mid t)$ 和 $\hat{x}_{LZ}^{j}(k\mid t)$，得到误差互协方差矩阵的上限 $\boldsymbol{\Pi}_{LZ}^{i,j}(k)\triangleq E[\tilde{x}_{LZ}^{i}(k\mid t)(\tilde{x}_{LZ}^{j}(k\mid t))^{\mathrm{T}}]$ 满足

$$
\boldsymbol{\Pi}_{LZ}^{i,j}(k)\leqslant\overline{\boldsymbol{\Pi}}_{LZ}^{i,j}(k)=\left(1-\frac{\tau^{i}(k_1)-1}{N}\right)\left(1-\frac{\tau^{j}(k_1)-1}{N}\right)\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_{LZ}^{i,j}(t+1)
\tag{6-31}
$$

证明：其推导过程类似于定理 6.2 的解决方案。

采用线性最小方差方法[131,214]求解最优的加权融合估计。$\hat{x}_{LZ}^{i}(k\mid t)$ 代表包含网络诱导因素的 r 维随机向量 $x(k)$ 的局部估计，设计的分布式融合估计器 $\hat{x}_{LZ}(k\mid k)$ 为 r 维向量，其定义为

$$
\hat{x}_{LZ}(k\mid k)=\boldsymbol{\Omega}_k^{1}\hat{x}_{LZ}^{1}(k\mid t)+\cdots+\boldsymbol{\Omega}_k^{L}\hat{x}_{LZ}^{L}(k\mid t)
\tag{6-32}
$$

因此，根据文献[153，213]得到的结论，当且仅当式(6-32)给出的加权矩阵符合(6-33)的条件时，分布式的融合估计性能是最优的，即

$$
[\boldsymbol{\Omega}_k^{1},\cdots,\boldsymbol{\Omega}_k^{L}]=(\boldsymbol{I}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Pi}_{LZ}^{-1}(k)\boldsymbol{I}_0)^{-1}\boldsymbol{I}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Pi}_{LZ}^{-1}(k)
\tag{6-33}
$$

式(6-33)中的 $\boldsymbol{I}_0=\underbrace{[\boldsymbol{I}_r,\cdots,\boldsymbol{I}_r]}_{L}^{\mathrm{T}}$ 是一个 $rL\times r$ 维矩阵，且 $\sum_{i=1}^{L}\boldsymbol{\Omega}_k^{i}=\boldsymbol{I}_r$，进而得到式(6-33)中的

$$\boldsymbol{\Pi}_{LZ}(k)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Pi}_{LZ}^{1,1}(k) & \cdots & \boldsymbol{\Pi}_{LZ}^{1,L}(k)\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ \boldsymbol{\Pi}_{LZ}^{L,1}(k) & \cdots & \boldsymbol{\Pi}_{LZ}^{L,L}(k)\end{bmatrix} \tag{6-34}$$

是对称正定矩阵。对应的最优信息融合估计的互协方差 $\widetilde{\boldsymbol{\Pi}}(k \mid k)\triangleq E[(x(k)-\hat{x}(k \mid k))(x(k)-\hat{x}(k \mid k))^{\mathrm{T}}]$，通过计算得到 $\widetilde{\boldsymbol{\Pi}}(k \mid k)=(\boldsymbol{I}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Pi}_{LZ}^{-1}(k)\boldsymbol{I}_0)^{-1}$。如果 $i=j$，则满足 $\widetilde{\boldsymbol{\Pi}}(k \mid k)\leqslant \boldsymbol{\Pi}_{LZ}^{i}(k)\leqslant \overline{\boldsymbol{\Pi}}_{LZ}^{i}(k)$，否则，$\widetilde{\boldsymbol{\Pi}}(k \mid k)\leqslant \boldsymbol{\Pi}_{LZ}^{i,j}(k)\leqslant \overline{\boldsymbol{\Pi}}_{LZ}^{i,j}(k)$。

基于鲁棒有限时域卡尔曼型滤波的分布式融合估计方法的求解过程如图 6-11 所示。

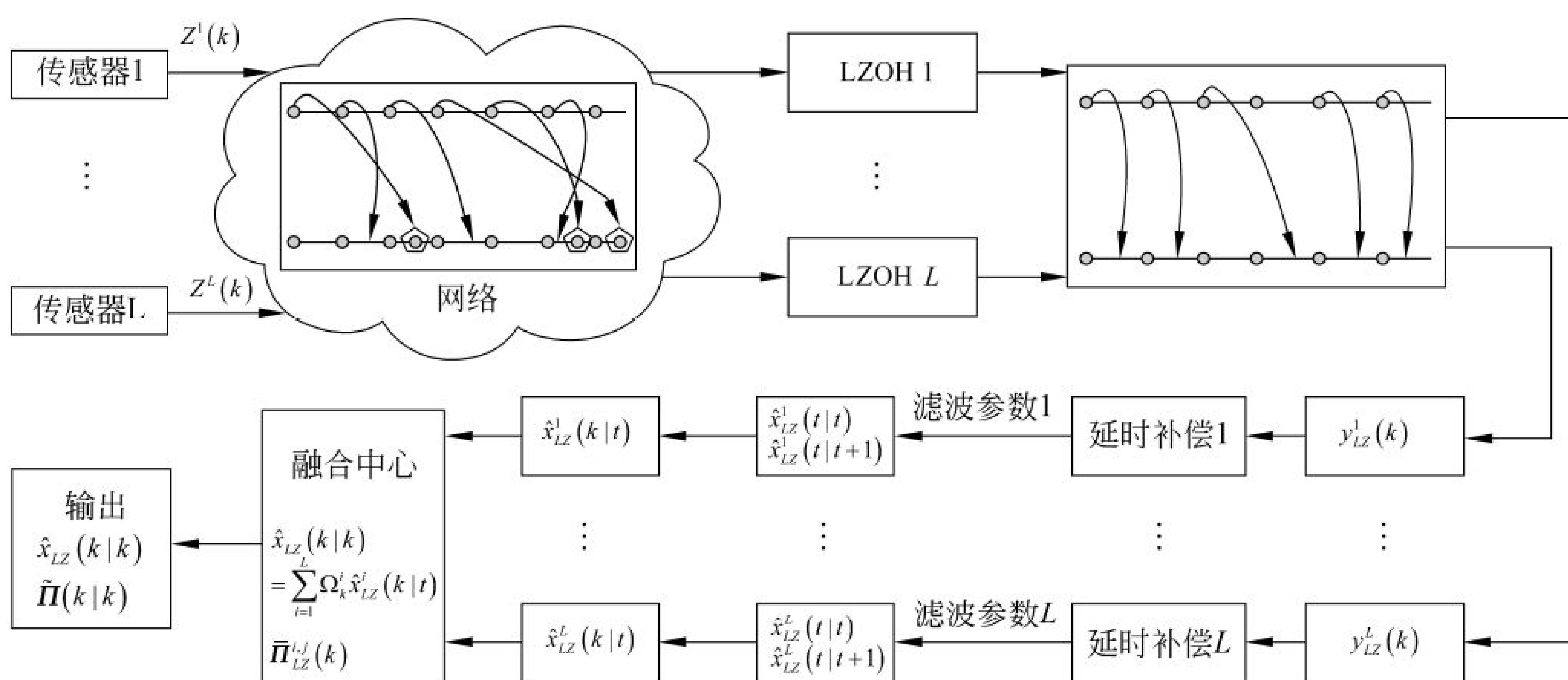


图 6-11 采用逻辑 ZOH 方案的基于鲁棒有限时域滤波的分布式融合估计方法

注释 6.3：不确定系统采用逻辑 ZOH 信号选择机制，处理网络诱导的时延、丢包、错序现象，如上所述，针对随机传输时延现象，基于估计的线性时滞补偿方法用于估计局部状态 $\hat{x}_{LZ}^{i}(k \mid t)$，以及基于一步预测补偿的方法用于估计状态 $\hat{x}_{LZ}^{i}(t+\tau^{st}(k) \mid t+\tau^{st}(k))$，缺失的数据包的补偿取决于假定的延迟 $\tau^{st}(k)$。另一方面，为了实现信息交互，应用线性最小方差矩阵，研究基于加权融合准则的分布式融合估计方法获得状态的一致性表达。作为理论基础，融合方案比每个局部估计器具有更高的估计精度。

6.5 数值仿真

采用数值算例验证所提出的分布式融合估计策略的有效性。考虑到间歇测量目标定位跟踪系统是一类不确定的系统，描述如下[130,141,161,213]

$$x(k+1)=\left(\begin{bmatrix}0.9 & T & T^2/2\\ 0 & 0.9 & T\\ 0 & 0 & 0.9\end{bmatrix}+\boldsymbol{F}_kF_k\boldsymbol{E}_k\right)x(k)+\begin{bmatrix}T^2/2\\ T\\ 1\end{bmatrix}w_k,\quad k=1,2,\cdots,n \tag{6-35}$$

$$z^i(k)=(\boldsymbol{C}_k^i+\boldsymbol{H}_k^iF_k\boldsymbol{E}_k^i)x(k)+v_k^i,\quad i=1,2,3 \tag{6-36}$$

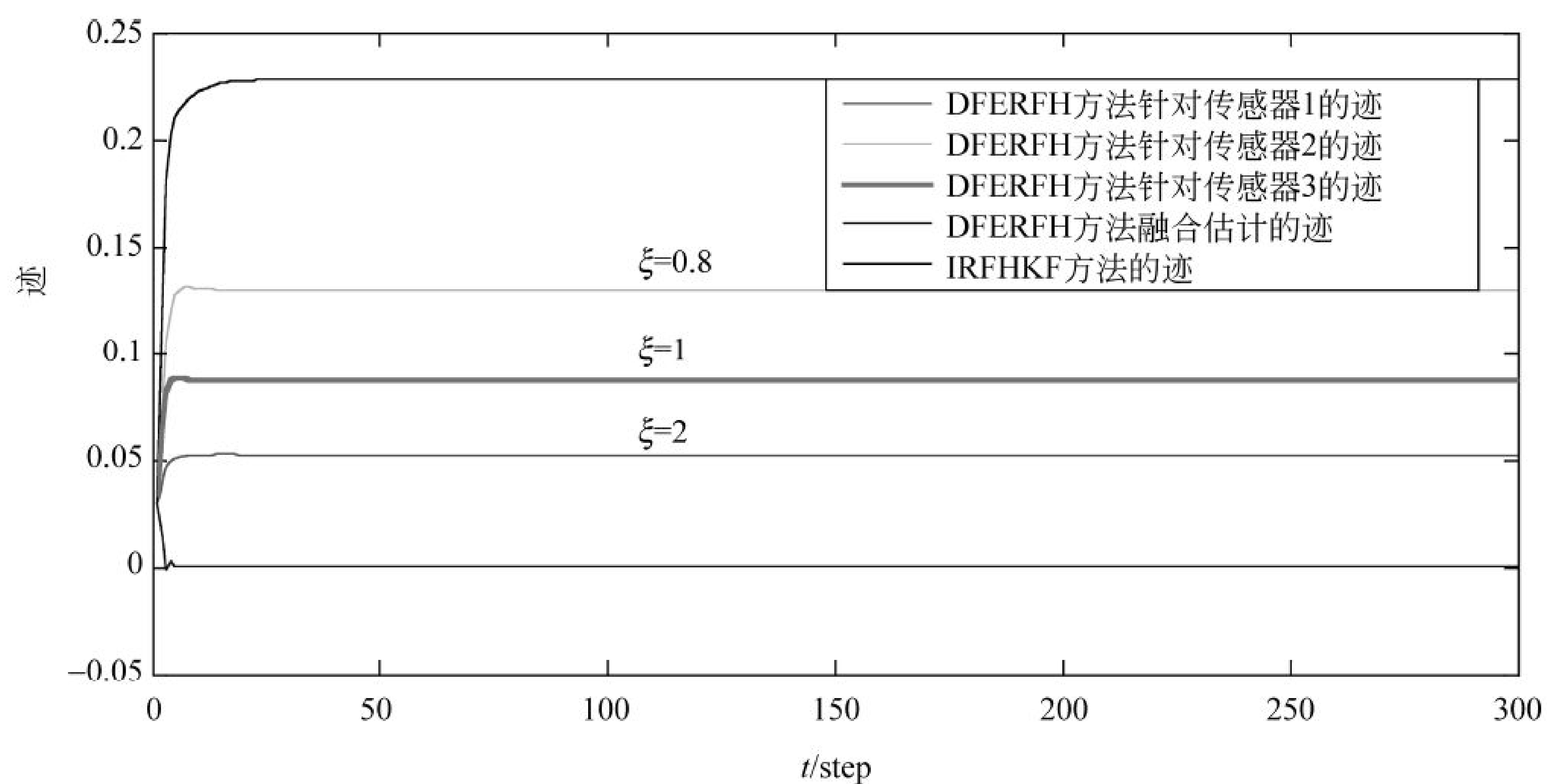
$$w_k=\eta_k \tag{6-37}$$

$$v_k^i=\zeta_i w_k \tag{6-38}$$

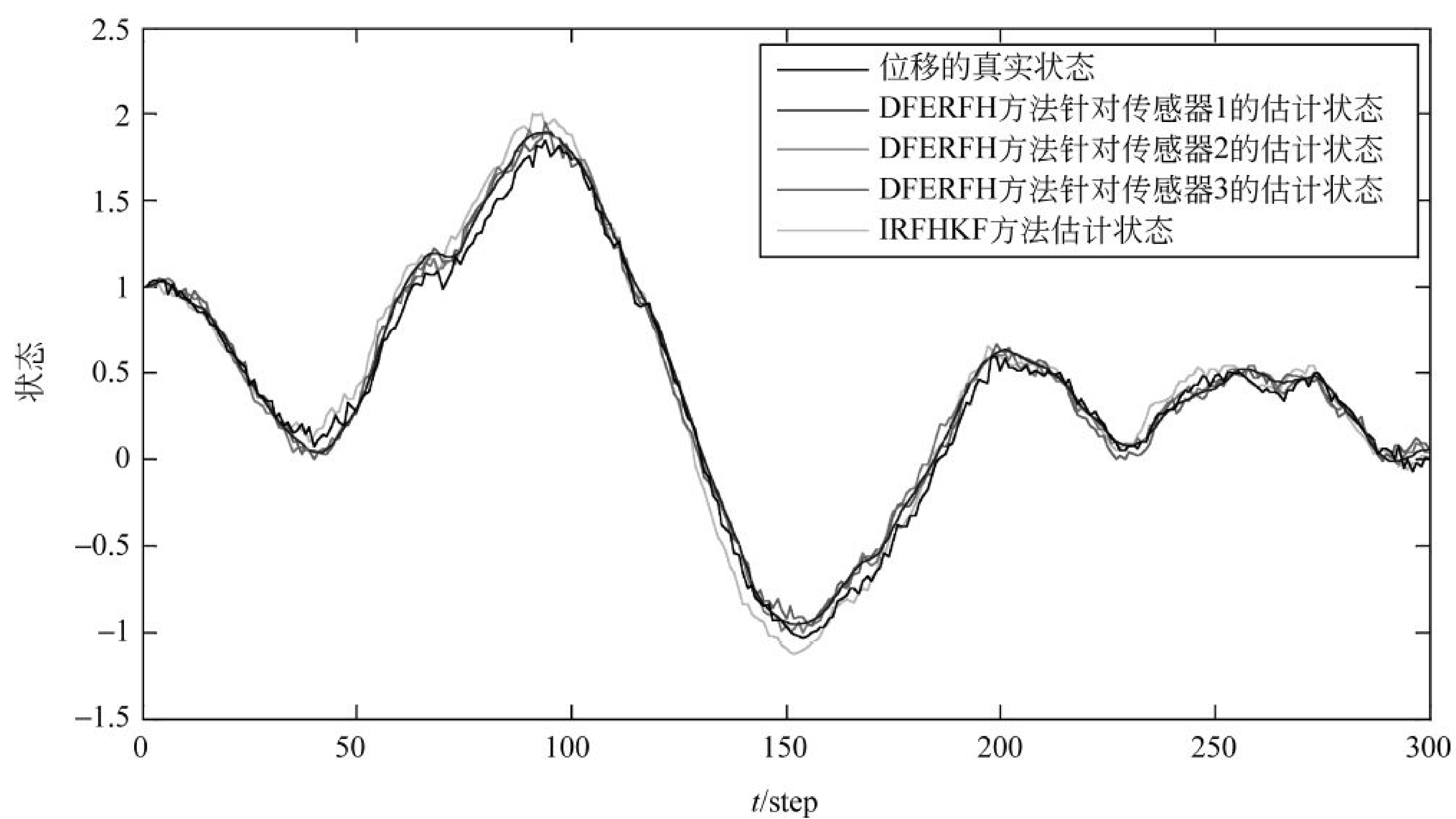
式中，采样周期 T 设置为 0.1s，假定传输延迟的最大值为 5 个采样周期，即 $N=5$；时变的参数不确定性满足 $F_k=\sin(0.6k)$。系统状态 $x(k)=(s_k\quad \dot{s}_k\quad \ddot{s}_k)^{\mathrm{T}}$ 分别表示 kT 时刻目标的位置、速度和加速度状态值。设置矩阵 $\boldsymbol{F}_k=[0.1\quad 0.1\quad 0.1]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{E}_k=[0.02\quad 0.02\quad 0.02]$，$\boldsymbol{C}_k^1=[0.6\quad 0.8\quad 1]$，$\boldsymbol{C}_k^2=[1\quad 0.8\quad 0.5]$，$\boldsymbol{C}_k^3=[0.3\quad 1\quad 0.7]$ 以及 $\boldsymbol{H}_k^1=\boldsymbol{H}_k^2=\boldsymbol{H}_k^3=0.8$。$\eta_k\in\mathbb{R}$ 是零均值白噪声，其方差是 $\sigma_\eta^2=0.09$。由于过程噪声与测量噪声之间的互相关性，式(6-38)中的 ζ_i 表示的相关性强度分别设为 $\zeta_1=2$、$\zeta_2=0.8$ 和 $\zeta_3=1$。式(6-37)描述的过程噪声 w_k 的方差为 Q_k，同时，协方差 $R_k^{i,j}$ 指定为 $R_k^{i,j}=\zeta_k^i\zeta_k^jQ_k$，式(6-38)得到的互协方差表示为 $S_k^i=\zeta_k^iQ_k$。

初始值设为 $\hat{x}(0\mid 0)=\mu_0=E(x(0))=[1\quad 1\quad 1]^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{P}(0\mid 0)=0.01\boldsymbol{I}_3$。数值验证选取 300 个采样点，实验结果基于 100 次的蒙特卡洛模拟计算得到。对比估计误差协方差矩阵的迹，其比较结果如图 6-12 所示。估计的状态 $\hat{x}(k\mid k)$ 依据文献[141]的改进的鲁棒有限时域卡尔曼滤波(IRFHKF)以及提出的分布式融合估计方法(distributed fusion estimation approach，DFERFH)进行验证。首先考虑传输无延迟的情况，如图 6-12(a)所示，所提出的估计方法与 IRFHKF 方法相比，其估计误差协方差矩阵的上限值较小。值得注意的是，融合的估计误差互协方差矩阵的最小值的上界比其他协方差矩阵最小值的上界要小。这是由于加权融合准则在最小方差意义上是再次优化。通过图 6-12(b)至图 6-12(d)对这两种方法的比较，意味着本章提出的方法更适于探测最优滤波器参数，进而设计适当的估计器。考虑到噪声的互相关性，如果噪声的互相关性较强，则动态跟踪轨迹更接近真实的状态值。

对比方法的性能指标从最小值到最大值的取值范围在表 6-1 中列出。这说明所提出的 DFERFH 方法的估计误差协方差矩阵的上限低于 IRFHKF 方法。对于分布式网络化系统，每个子系统的处理效果是不同的，这是由系统参数以及交叉相关噪声的相关性强度决定的。注意，若过程噪声与测量噪声有更强的交叉相关性，则其估计性能更准确。

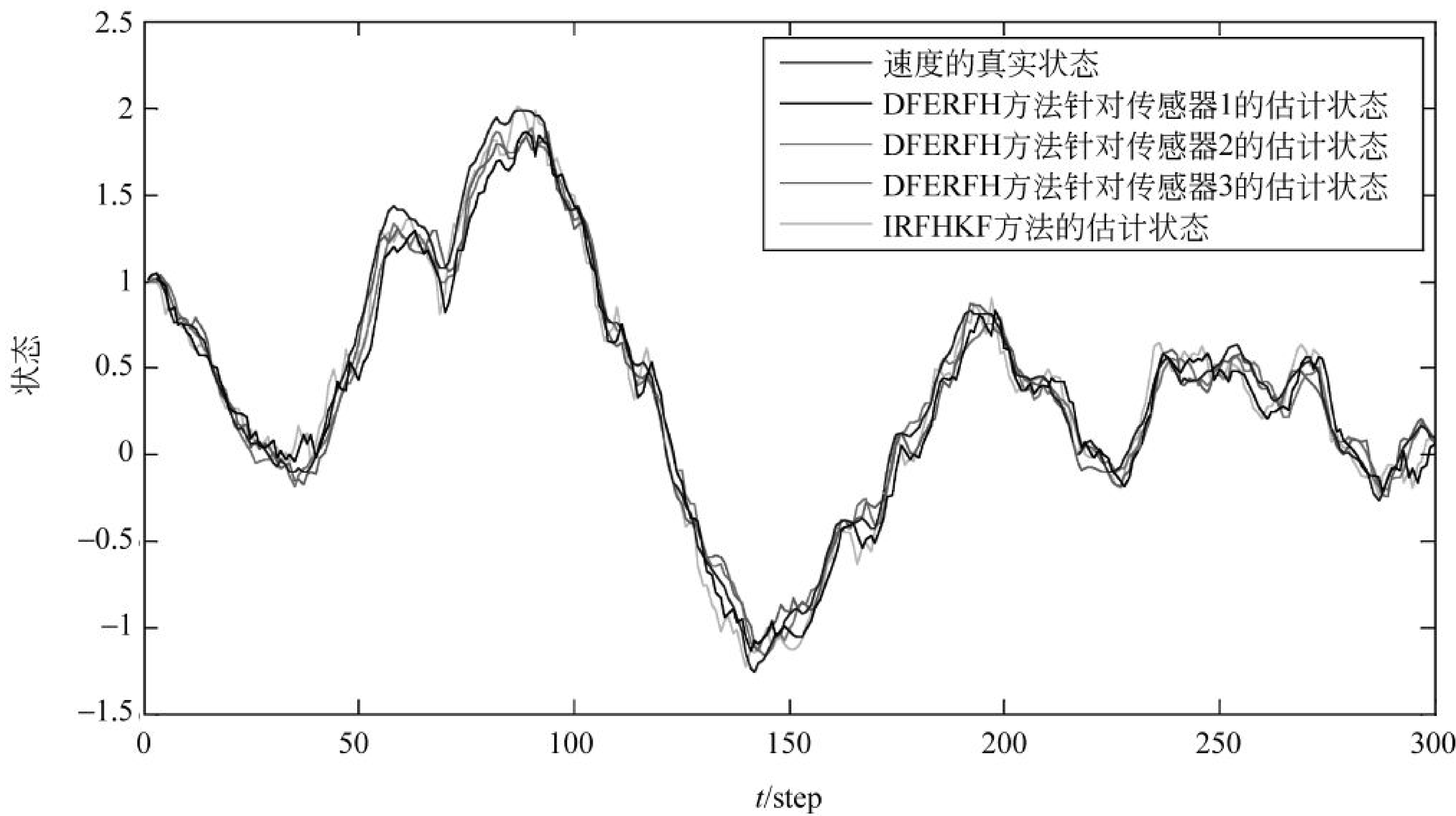


(a) 估计误差协方差矩阵的上界

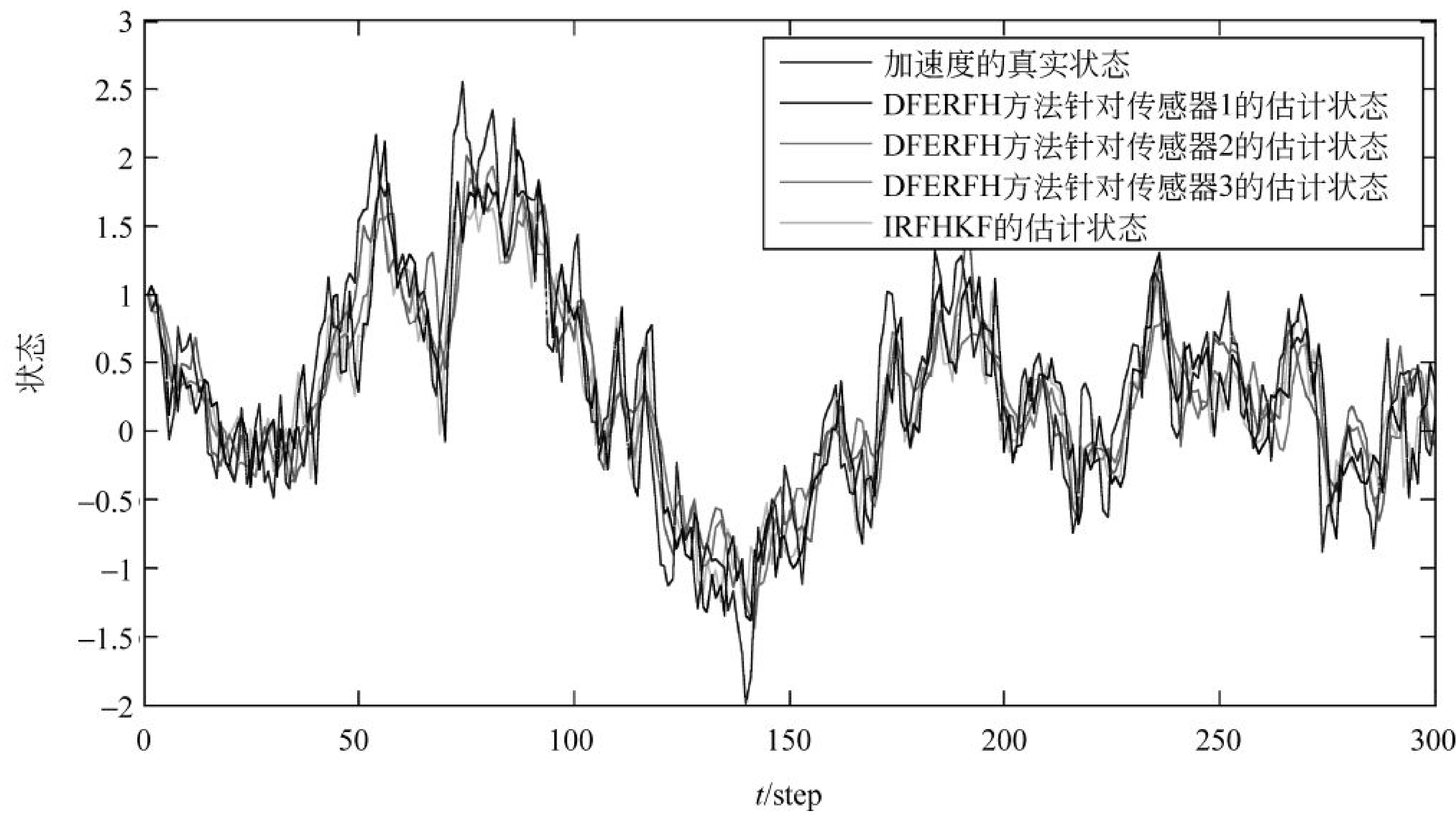


(b) 位移的估计状态的对比

图 6-12 对比 DFERFH 方法和 IRFHKF 方法



(c) 速度的估计状态的对比



(d) 加速度的估计状态的对比

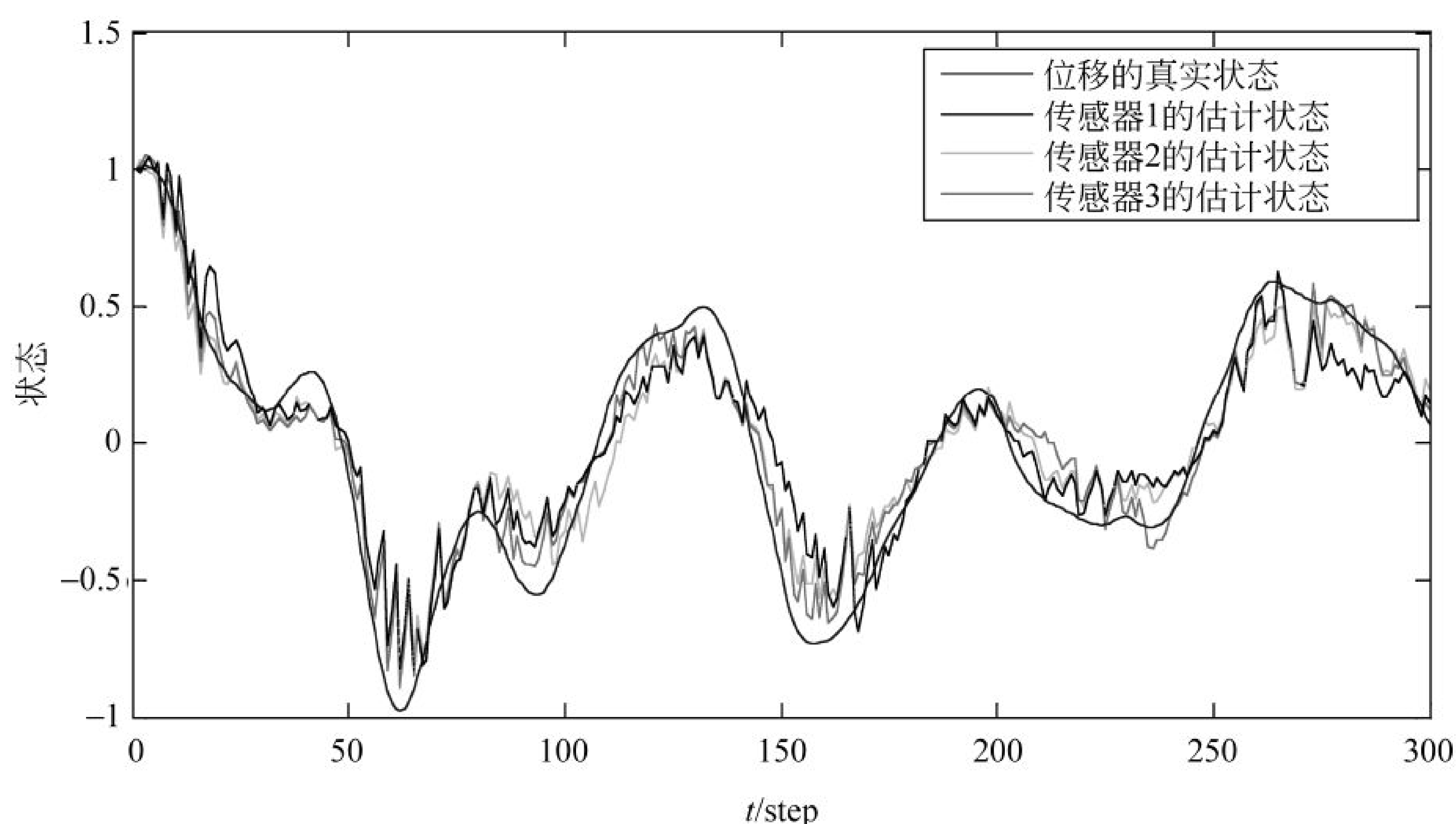
图 6-12（续）

表 6-1　估计误差协方差的比较

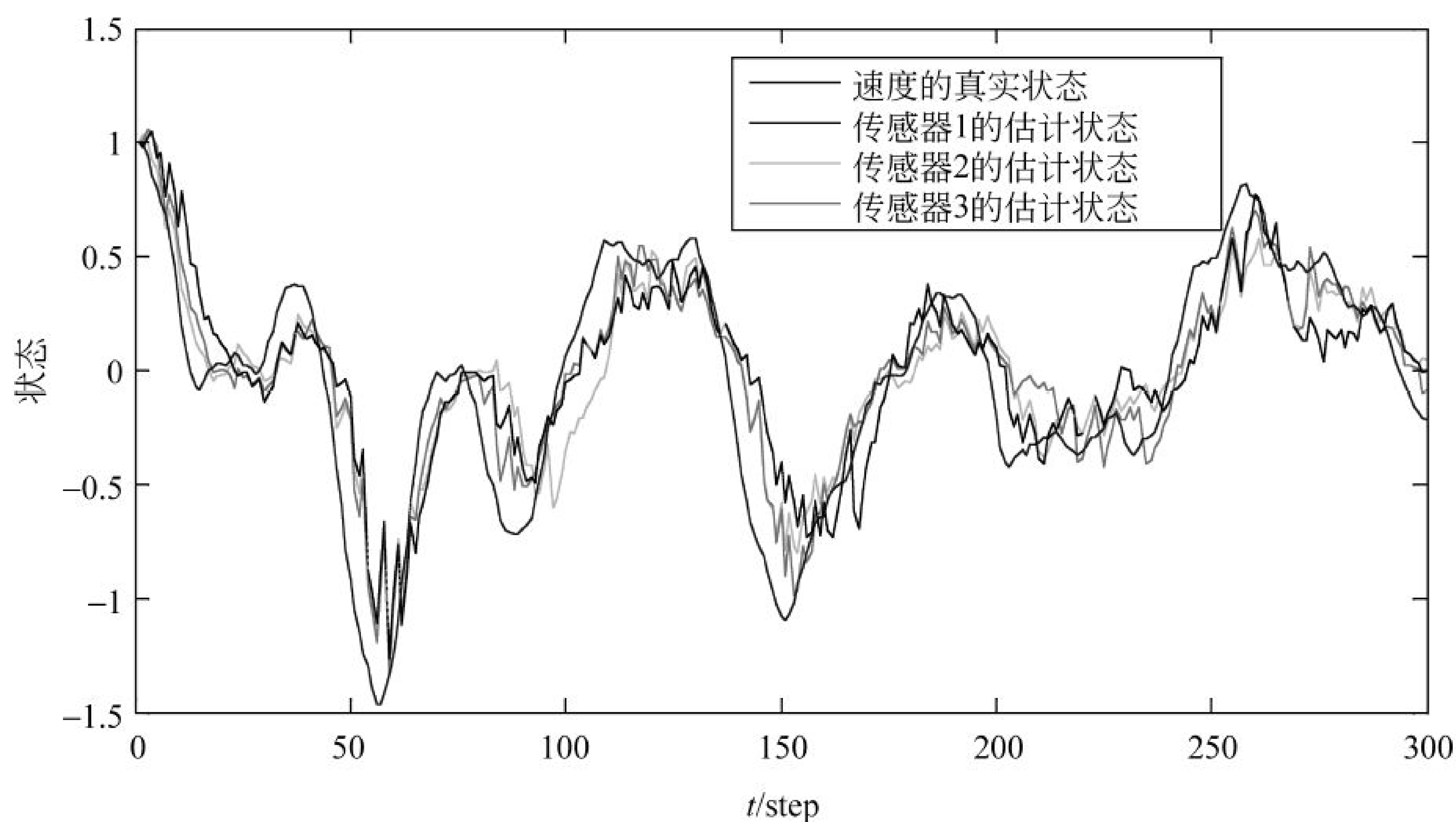
方法	位移状态	速度状态	加速度状态	协方差的迹
DFERFH 传感器 1	0.0096～0.0150	0.0016～0.0100	0.0100～0.0372	0.0300～0.0533
DFERFH 传感器 2	0.0056～0.0100	0.0033～0.0100	0.0100～0.1258	0.0291～0.1313
DFERFH 传感器 3	0.0084～0.0109	0.0004～0.0100	0.0100～0.0823	0.0279～0.0883
IRFHKF	0.0100～0.0267	0.0100～0.0235	0.0100～0.1779	0.0300～0.2280

为了进一步说明该方法的有效性,分布式状态估计的结果如图 6-13 所示。仿真结果的状态估计值由定理 6.2 和定理 6.3 推导的递推方程计算得到;同时,采用逻辑 ZOH 方案和分布式加权的融合估计准则,研究鲁棒有限时域滤波方法。

通过对图 6-13 的观察得到,逻辑 ZOH 方案能够主动丢弃数据由于随机传输延迟以及丢包引起的错序现象。因此,分布式融合估计采用线性时滞补偿与一步预测估计策略,在目标跟踪和计算效率方面具有更好的性能。

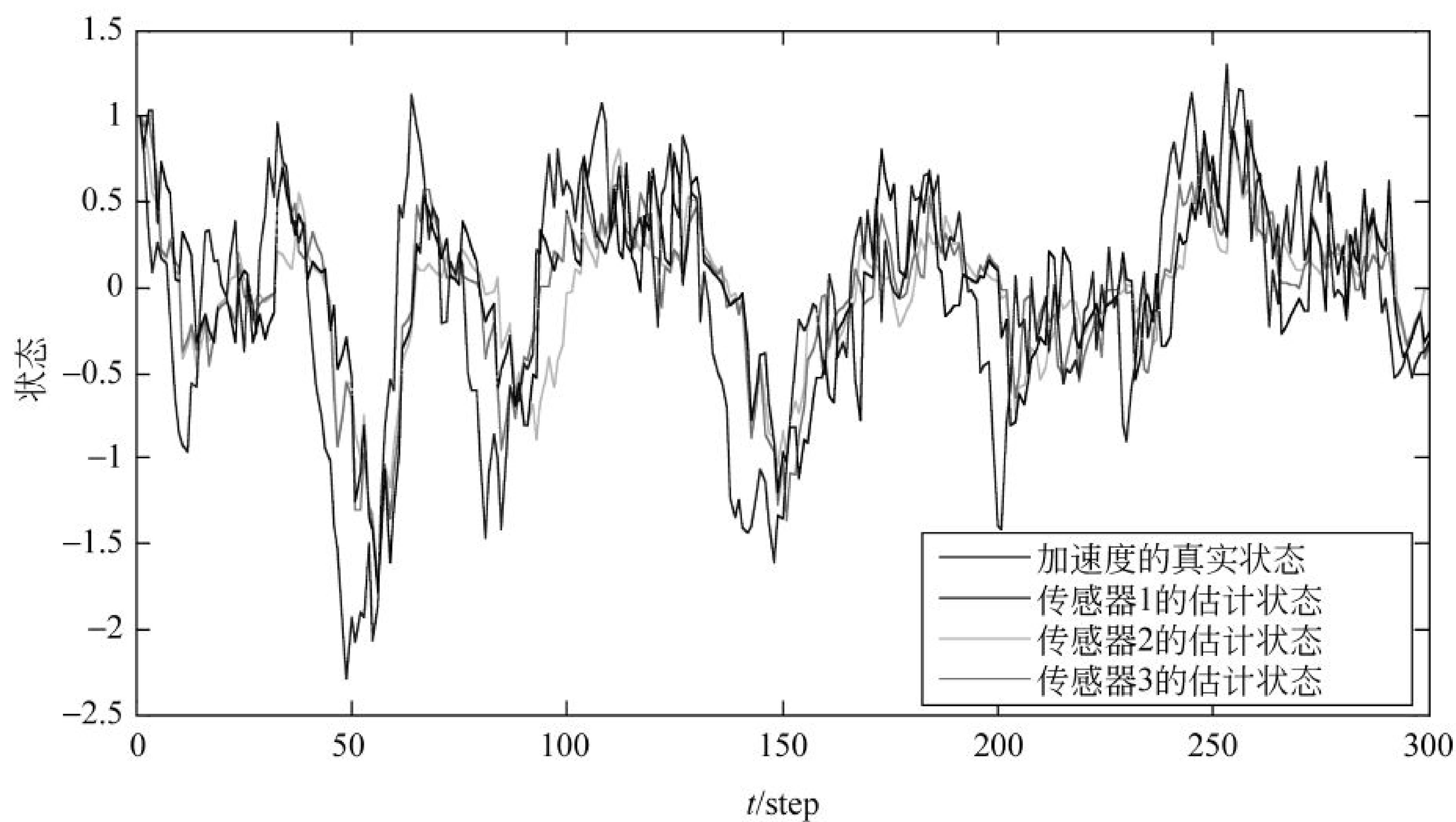


(a) 位移及其估计状态



(b) 速度及其估计状态

图 6-13 使用逻辑 ZOH 方案的分布式估计结果的对比



(c) 加速度及其估计状态

图 6-13（续）

为了进一步分析提出的分布式融合估计方法的性能，表 6-2 展示了局部估计值以及融合估计值的均方误差(mean square error，MSE)[134,153,213]的比较结果。注意，用于比较的 MSE 值是由每个子系统的位置、速度和加速度的状态以及它们相应的估计值分别组成的。

表 6-2　均方误差值的比较

传感器和融合结果	误差协方差均值		
	位移	速度	加速度
传感器 1	0.0042	0.0076	0.0330
传感器 2	0.0023	0.0065	0.0299
传感器 3	0.0016	0.0045	0.0241
融合结果	0.0005	0.0007	0.0006

表 6-2 所示的对比结果表明，基于鲁棒有限时域滤波的分布式融合估计方法，与每一个子系统的估计结果相比，其融合估计结果能够获得更高的估计精度。

依据仿真结果，采用重组误差协方差准则对动态跟踪结果进行比较，DFERFH 和 IRFHKF 方法的对比结果表明提出的估计器具有更好的估计精度，尤其在带有多步随机延迟、丢包以及错序的网络诱导的通信约束的情况下。因为真实的估计误差协方差低于所探测的上限，所以对于真实的估计值，提出的分布式融合估计方法在网络诱

导的现象中具有更好的性能,包括能够密切跟踪系统状态以及快速收敛到稳定状态等。

6.6 本章小结

本章面向线性 CCD 的空间定位原理,介绍了三维光电传感定位系统的工作流程,并对该方法的空间定位效果进行模拟仿真。根据测量得到的空间中的目标,对其运动轨迹进行跟踪与估计,研究了一类带有网络诱导因素的不确定系统。为了处理信号传输过程中由随机延迟产生的数据丢包和错序现象,该系统模型依据逻辑 ZOH 信号选择机制建立。为克服有限的通信容量的影响以及降低计算负担,本章采用基于估计的线性时滞补偿策略,提出最优状态估计方法。考虑到丢包问题,提出了一步预测估计方法,用于弥补丢失的数据包。同时,设计了有限时域卡尔曼型滤波策略,该方法得到的真实估计误差协方差小于其上限。进而,介绍了基于滤波的分布式估计方法,引入了加权融合标准,能够获得状态的统一表达。因此,融合的估计比每个局部子系统具有更高的估计精度。作为理论结果,所提出的建模和分布式融合估计策略采用逻辑 ZOH 方案重排测量值序列,对于摒弃错序数据包具有更好的性能。数据仿真采用含有 3 个传感器设备的目标定位和跟踪系统进行模拟演示,结果表明提出的分布式融合估计具有较好的跟踪性能。对于定位而言,能更好地处理定位所需要的数据,提高定位的精确度,进而优化定位算法的性能。

第7章

总结与展望

7.1 总结

随着网络技术的飞速发展,其已经渗透到控制领域,引导控制系统由封闭的集中体系加速向网络化、分布化、节点智能化的趋势转变。在网络化系统中,物理系统平台与控制器、滤波器之间的通信是通过网络完成的,数据信号的采样、量化、传输等各个环节均会受到系统通道带宽、元器件特性等诸多因素的影响。与此同时,网络的应用不可避免地会出现不确定性因素(如网络诱导时延、丢包以及错序等通信约束现象),从而导致控制系统性能下降或不稳定,特别是对于分布式的网络化系统,其系统本身存在参数不确定性,而且受到外界噪声的干扰。由传感器感知的信息,通过网络传输到处理器,进而在终端显示,要提高被测目标的测量精度,由于局部处理器计算资源有限,并且受可靠性和成本对计算复杂度的限制,无力运行复杂的处理算法以满足高性能的控制要求,需要配置系统在空间上分布广泛,常采用多个传感器的分布式配置模式。因此,本书研究受通信约束的分布式信息融合方法,针对跟踪目标,充分利用由视觉传感器接收到的图像信息,进行图像有效信息的分割;继而对分割出的有效信息进行数据的无监督聚类学习;然后建立目标跟踪系统模型,考虑到受通信约束的网络化诱导因素,提出了分布式信息融合方法进行系统的最优状态估计,从而提高估计精度,并进一步提高测量精度;最后将信息融合方案在空间定位系统中进行验证。本书的主要研究成果和创新点可概括如下。

(1) 提出了基于水平集理论的多相双曲线演化(MDC)图像分割方法,针对由视觉传感器获取的图像信息,分割出感兴趣的有效区域。依据实际图像信息中存在的光照强度不均匀和噪声干扰大的情况,首先针对图像特征定义了 N 个水平集函数,该函数用于将图像划分成 2^N 个子区域,扩展了多相水平集函数的演化效率。接下来,该方

法采用的初始化轮廓曲线是任意形状的，因此其演化过程对初始条件的设置不敏感。考虑到实际图像受噪声干扰大，轮廓的演化曲线对分割结果产生的效果不唯一的情况，在水平集函数中嵌入高斯混合模型，使 MDC 方法具有普适性，并且在边界演化方面具有更精确的数值计算功能。研究了双曲线演化方法，采用在罚函数中嵌入势函数项，使曲线的演化能够双边进行，提高运算速度，同时减少迭代次数。实验结果表明，提出的 MDC 水平集方法能够把强度不均匀的图像分割成多个灰色区域，且对于抵抗噪声的干扰以及分割纹理具有优越的鲁棒性。

（2）提出了具有鲁棒性能的数据分类方法（NSKFCM），用于准确分类 CPSs 中的复杂数据集。该方法首先采用邻居搜索方法对数据集进行遍历，依据控制聚类形状参数确定聚类数目，克服了传统的聚类方法需要依据先验值确定聚类数目的限制。接下来应用最大峰值法初始化隶属度矩阵和聚类原型，使分类的结果具有唯一性。然后，基于内核模糊 C-均值策略，研究自适应距离核函数优化 FCM，提高分类方法的稳定性和一致性。NSKFCM 方法可以提高加速度数据集的动态行为和减少参数不确定性的影响。在数值验证部分，复杂的二维图像诱导的数据集被用于数据集分类，有效地划分图像边缘和纹理细节信息。结果显示在复杂数据集分类中，该方法具有更好的自适应性和鲁棒性。

（3）针对带有传输时延以及交叉相关噪声的分布式随机不确定系统，为了提高传感器网络的测量精度，研究基于鲁棒卡尔曼滤波的分布式的状态估计问题（DRKF），提出了两层的加权融合方案，即加权融合重组新息序列和滤波误差互协方差方法。首先，考虑到分布式系统中邻居节点间的信息交互，不可避免地受到传输时延以及系统自身不确定性和交叉相关噪声的干扰，提出了加权融合的重组新息策略。此外，为了获得最优的线性无偏估计，采用加权的误差互协方差融合准则实现信息交互。提出的方法可以减轻网络化系统的通信负担，降低计算复杂度，同时抑制噪声干扰，进而提高估计精度。数值仿真结果表明，提出的方法对于状态估计具有实时、准确地跟踪动态系统状态的能力。

（4）借助线性时滞补偿策略，针对一类离散时间随机不确定系统研究其建模和滤波问题，提出鲁棒有限时域卡尔曼型滤波方法。为了降低传输延迟和数据包的错序对系统性能的影响，基于信号选择方案 ZOH 和逻辑 ZOH 分别建立系统模型。在此基础上，应用扩展状态空间模型和最小化误差协方差矩阵方法，设计鲁棒有限时域滤波器，进而采用类似 Riccati 矩阵的递推方程求解滤波参数的最优上界。考虑到随机传输延迟对系统的影响，提出基于估计的线性时滞补偿方法，用于提高滤波器的计算效

率。通过理论分析和数据验证,所提出的建模和滤波策略采用逻辑 ZOH 方案对处理数据包错序现象具有更优越的性能,同时其估计误差协方差的上界也低于其他文献中研究的方法。因此,该滤波器能够更好地跟踪系统的真实状态,进而提高系统的测量精度。

(5) 根据三维光电传感定位系统,应用基于线性 CCD 的空间定位原理测量得到的空间目标,并对其运动轨迹进行跟踪与估计。研究一类带有网络不确定因素的分布式系统,为了处理由随机传输延迟产生的数据包丢包和错序现象,该系统依据逻辑 ZOH 建立。基于估计的线性时滞补偿策略,提出有限时域滤波的分布式估计方法(DFERFH),该方法引入了加权融合准则,用于获得状态的统一表达。因此,融合的估计比每个局部子系统具有更高的估计精度。通过数值仿真,该方法理论结果的有效性得到验证,进而实现提高测量精度的目标。

7.2 未来展望

本书虽然在受通信约束的分布式信息融合领域进行了一些有益的研究并取得了一定的研究成果,但还有许多可以改进和完善的地方,以下重要的问题值得进一步探索。

(1) 基于多特征融合的思想,将颜色信息、纹理信息和形状信息进行有效融合。今后的工作将重点放在如何进一步提高基于水平集演化方法的图像分割精度,进而实现对图像的精确识别。

(2) 基于模糊聚类方法的数据分类理论对初始化的聚类中心比较敏感,在演化的过程中比较容易收敛到局部最小值。今后的工作需要进一步研究和提升算法复杂度,同时将进一步提高加速度计以及高维度数据集分类,进而实现空间点和图像的三维分割的精度。

(3) 本书研究在通信约束下的分布式系统中,多传感器间单通道估计融合问题,传感器的选择策略对估计性能存在影响,如何设计传感器调度策略以实现估计性能最优是一个富有挑战性的研究课题。

(4) 研究复杂网络化系统中的分布式结构,针对网络拓扑结构之间的内在联系,提出优化的性能指标,并定量地揭示系统性能是一个非常重要的研究方向。

(5) 本书针对不完全量测量下的三维空间目标定位与跟踪的研究,分析没有约束即最优的目标定位与跟踪问题,而在很多情形下往往存在多约束问题,如站间通信距离的限制、障碍物等外围环境的限制,这时就需要限制目标的移动范围及运动路径等条件,该情形下的目标定位与跟踪算法有待进一步研究。

附 A 录

命题 3.1～命题 3.3 的证明

A.1 命题 3.1 的证明

如果 $K(\cdot,\cdot)$ 表示 Gaussian 核函数，此时距离测度可以表示为 $\|\phi(x_{kj})-\phi(v_{ij})\|^2=2(1-K(x_{kj},v_{ij}))$ 的形式。参照文献[220]，依据条件 $\sum_{i=1}^{c}u_{ik}=1$ 构造相应条件下的拉格朗日方程(Lagrange equation)，其通过下式创建

$$L(\boldsymbol{U},\zeta)=O(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V},\lambda)+\zeta\left(\sum_{k=1}^{c}u_{ik}-1\right) \tag{A-1}$$

考虑必要条件，要得到局部最优值，需要对建立的拉格朗日方程求解 u_{ik} 的一阶导数，且 $\frac{\partial L}{\partial u_{ik}}$ 的值设置为 0。因此，

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial u_{ik}}&=\frac{\partial}{\partial u_{ik}}\left(O(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V},\lambda)+\zeta\left(\sum_{k=1}^{c}u_{ik}-1\right)\right)\\&=\frac{\partial}{\partial u_{ik}}\left(\sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m\sum_{j=1}^{t}\lambda_j\left(2\left(1-\exp\left(-\frac{\|x_{kj}-v_{ij}\|^2}{2\sigma^2}\right)\right)\right)+\zeta\left(\sum_{k=1}^{c}u_{ik}-1\right)\right)\\&=m(u_{ik})^{m-1}\sum_{j=1}^{t}\lambda_j\left(2\left(1-\exp\left(-\frac{\|x_{kj}-v_{ij}\|^2}{2\sigma^2}\right)\right)\right)+\zeta=0\end{aligned} \tag{A-2}$$

接下来，可以求解得到 u_{ik}

$$u_{ik}=\left(-\frac{\zeta}{2m\sum_{j=1}^{t}\lambda_j\left(1-\exp\left(-\frac{\|x_{kj}-v_{ij}\|^2}{2\sigma^2}\right)\right)}\right)^{1/(m-1)} \tag{A-3}$$

同样的，使用 $u_{hk},h=1,2,\cdots,c$ 代替 u_{ik}，可以得到

$$\sum_{h=1}^{c}u_{hk}=1=\sum_{h=1}^{c}\left(-\frac{\zeta}{2m\sum_{j=1}^{t}\lambda_j\left(1-\exp\left(-\frac{\|x_{kj}-v_{hj}\|^2}{2\sigma^2}\right)\right)}\right)^{1/(m-1)} \tag{A-4}$$

将式(A-4)代入式(A-3),经过转换可以得到

$$(-\zeta)^{1/(m-1)}=\sum_{h=1}^{c}\left(\frac{1}{2m\sum_{j=1}^{t}\lambda_j\left(1-\exp\left(-\frac{\| x_{kj}-v_{hj}\|^2}{2\sigma^2}\right)\right)}\right)^{-1/(m-1)} \tag{A-5}$$

进而,为了计算隶属度,通过式(A-3)和式(A-5)联立求解,得到

$$u_{ik}=\sum_{h=1}^{c}\left(\frac{\sum_{j=1}^{t}\lambda_j\left(1-\exp\left(-\frac{\| x_{kj}-v_{hj}\|^2}{2\sigma^2}\right)\right)}{\sum_{j=1}^{t}\lambda_j\left(1-\exp\left(-\frac{\| x_{kj}-v_{ij}\|^2}{2\sigma^2}\right)\right)}\right)^{1/(m-1)} \tag{A-6}$$

最后,使用海森(Hessian)矩阵证明命题的充分条件。设 $\phi(\boldsymbol{U})=O(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V},\lambda)$,根据式(A-1)、式(A-2)和式(A-6)设计 Hessian 矩阵,用 $\boldsymbol{H}(\phi(U))$ 表示,其计算过程如式(A-7)所示。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{H}(\varphi(\boldsymbol{U}))&=h_{jq,ik}=\frac{\partial}{\partial u_{jq}}\left[\frac{\partial\varphi(\boldsymbol{U})}{\partial u_{ik}}\right]\\&=\frac{\partial}{\partial u_{jq}}\left[m\ (u_{ik})^{m-1}\sum_{j=1}^{t}\lambda_j\left(2\left(1-\exp\left(-\frac{\| x_{kj}-v_{ij}\|^2}{2\sigma^2}\right)\right)\right)+\zeta\right]\\&=\begin{cases}2m(m-1)\ (u_{ik})^{m-2}\sum_{j=1}^{t}\lambda_j\left(1-\exp\left(-\frac{\| x_{kj}-v_{ij}\|^2}{2\sigma^2}\right)\right), & \text{如果 } j=i,q=k\\0, & \text{否则}\end{cases}\end{aligned} \tag{A-7}$$

由式(4-7)的推导,基于矩阵理论可得 Hessian 矩阵 $\boldsymbol{H}(\varphi(\boldsymbol{U}))$ 是一个对角阵。由于 $m>1$ 且 $0\leqslant u_{ik}\leqslant 1$,则 $\boldsymbol{H}(\varphi(\boldsymbol{U}))$ 矩阵是一个对称的正定矩阵。

A.2　命题 3.2 的证明

根据目标函数以及隶属度的限制条件,建立的拉格朗日方程为

$$L(\boldsymbol{V},\zeta)=O(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V},\lambda)+\zeta\left(\sum_{k=1}^{c}u_{ik}-1\right) \tag{A-8}$$

第一步,建立一阶导数,求解局部最优值。

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial v_{ij}}&=\frac{\partial}{\partial v_{ij}}\left(O(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V},\lambda)+\zeta\left(\sum_{k=1}^{c}u_{ik}-1\right)\right)\\&=\frac{\partial}{\partial v_{ij}}\left(\sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m\sum_{j=1}^{t}\lambda_j\left(2\left(1-\exp\left(-\frac{\| x_{kj}-v_{ij}\|^2}{2\sigma^2}\right)\right)\right)+\zeta\left(\sum_{k=1}^{c}u_{ik}-1\right)\right)\\&=2\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m\sum_{j=1}^{t}\lambda_j\frac{\partial}{\partial v_{ij}}\left(1-\exp\left(-\frac{\| x_{kj}-v_{ij}\|^2}{2\sigma^2}\right)\right)\end{aligned}$$

$$= 2\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m\sum_{j=1}^{t}\lambda_j\left(\frac{(x_{kj}-v_{ij})}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{\|x_{kj}-v_{ij}\|^2}{2\sigma^2}\right)\right)$$
$$= 0 \tag{A-9}$$

因此通过演化得到聚类原型

$$v_{ij}=\frac{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m\sum_{j=1}^{t}\lambda_j\left(\exp\left(-\frac{\|x_{kj}-v_{ij}\|^2}{2\sigma^2}\right)\right)x_{kj}}{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m\sum_{j=1}^{t}\lambda_j\left(\exp\left(-\frac{\|x_{kj}-v_{ij}\|^2}{2\sigma^2}\right)\right)} \tag{A-10}$$

为了证明命题的充分条件，引入了 Hessian 矩阵。设置关于聚类原型 $\boldsymbol{V}$ 的函数 $\varphi(\boldsymbol{V})=O(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V},\lambda)$ 和 $\varphi(\boldsymbol{V})$ 相对应的 Hessian 矩阵 $\boldsymbol{H}(\varphi(\boldsymbol{V}))$，依据式(A-8)至式(A-10)计算得到，其求解过程为

$$\boldsymbol{H}(\varphi(\boldsymbol{V}))=h_{jq,ik}=\frac{\partial}{\partial v_{jq}}\left[\frac{\partial\varphi(\boldsymbol{V})}{\partial v_{ik}}\right]$$
$$=\frac{\partial}{\partial v_{jq}}\left[-2\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m\sum_{j=1}^{t}\lambda_j\left(\frac{(x_{kj}-v_{ij})}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{\|x_{kj}-v_{ij}\|^2}{2\sigma^2}\right)\right)\right]$$
$$=\begin{cases}\frac{2}{\sigma^4}\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m\sum_{j=1}^{t}\lambda_j(((x_{kj}-v_{ij})(v_{ij}-1)+\sigma^2)\cdot \\ \left(\exp\left(-\frac{\|x_{kj}-v_{ij}\|^2}{2\sigma^2}\right)\right), & \text{如果 } j=i,q=k \\ 0, & \text{否则}\end{cases} \tag{A-11}$$

式(A-11)得到的 Hessian 矩阵 $\boldsymbol{H}(\varphi(\boldsymbol{V}))$ 是一个对角矩阵，由于其值为正，因此矩阵 $\boldsymbol{H}(\varphi(\boldsymbol{V}))$ 也是一个对称正定矩阵。

A.3 命题 3.3 的证明

最小化的目标函数依据条件 $\prod_{j=1}^{t}\lambda_j=1$ 被重新写成以下的加权形式。

$$\begin{cases}O(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V},\lambda)=O(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_c)=\sum_{i=1}^{c}O_i(\lambda_i) \\ \qquad =2\sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m\sum_{j=1}^{t}\lambda_j\left(1-\exp\left(-\frac{\|x_{kj}-v_{ij}\|^2}{2\sigma^2}\right)\right) \\ \lambda_i=(\lambda_{i1},\lambda_{i2},\cdots,\lambda_{ij},\cdots,\lambda_{it}),\quad j=1,2,\cdots,t\end{cases} \tag{A-12}$$

定义函数 $f_i(\lambda_{i1},\lambda_{i2},\cdots,\lambda_{it})=\prod_{j=1}^{t}\lambda_{ij}-1=\lambda_{i1}\times\lambda_{i2}\times\cdots\times\lambda_{it}-1$，则在限制条件 $f_i(\lambda_{i1},\lambda_{i2},\cdots,\lambda_{it})=0$ 的情况下，目标函数 $O_i(\lambda_i)$ 的极值应用拉格朗日乘法算子计算，其求解方法是

$$\nabla O_i(\lambda_{i1},\lambda_{i2},\cdots,\lambda_{it})=\nabla f_i(\lambda_{i1},\lambda_{i2},\cdots,\lambda_{it}) \tag{A-13}$$

由于式(A-13)的等式左边等价于 $\nabla O_i(\lambda_{i1},\lambda_{i2},\cdots,\lambda_{it})=(O_{i1},O_{i2},\cdots,O_{it})$，并且等式右边可以表示为倒数的形式，即 $\nabla f_i(\lambda_{i1},\lambda_{i2},\cdots,\lambda_{it})=\left(\frac{1}{\lambda_{i1}},\frac{1}{\lambda_{i2}},\cdots,\frac{1}{\lambda_{it}}\right)$，则式(A-13)可以改写为

$$\begin{cases}(O_{i1},O_{i2},\cdots,O_{it})=\mu\left(\dfrac{1}{\lambda_{i1}},\dfrac{1}{\lambda_{i2}},\cdots,\dfrac{1}{\lambda_{it}}\right)\\ O_{ij}=\mu\dfrac{1}{\lambda_{ij}},\quad \lambda_{ij}=\dfrac{\mu}{O_{ij}}\end{cases} \tag{A-14}$$

的形式。由于自适应加权系数满足条件 $\prod_{j=1}^{t}\lambda_j=1$，因此，可以用式(A-15)表达变量之间的关系：

$$\begin{cases}\prod_{h=1}^{t}\lambda_{ih}=\prod_{h=1}^{t}\dfrac{\mu}{O_{hq}}=1\\ \dfrac{\mu^t}{\prod_{h=1}^{t}O_{ih}}=1\\ \mu=\left(\prod_{h=1}^{t}O_{ih}\right)^{\frac{1}{t}}\end{cases} \tag{A-15}$$

接下来，求解目标函数 O_j 的极值。当 λ_{ij} 取值如下时，

$$\begin{aligned}\lambda_{ij}&=\frac{\left(\prod_{h=1}^{t}O_{ih}\right)^{\frac{1}{t}}}{O_{ij}}\\ &=\frac{\left(\prod_{h=1}^{t}\left(\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m\left(1-\exp\left(-\frac{\|x_{kj}-v_{hj}\|^2}{2\sigma^2}\right)\right)\right)\right)^{\frac{1}{t}}}{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m\left(1-\exp\left(-\frac{\|x_{kj}-v_{ij}\|^2}{2\sigma^2}\right)\right)}\end{aligned} \tag{A-16}$$

O_i 的极值可以通过式(A-17)计算得到：

$$O_i(\lambda_{i1},\lambda_{i2},\cdots,\lambda_{it})=\sum_{j=1}^{t}\lambda_{ij}O_{ij}=t\,(O_{i1}\times O_{i2}\times\cdots\times O_{it})^{\frac{1}{t}} \tag{A-17}$$

如果加权系数的最大值满足 $\max(\lambda_{i1},\lambda_{i2},\cdots,\lambda_{it})=(1,1,\cdots,1)$，则(A-17)可以被替换为以下的不等式形式。

$$O_i(\lambda_{i1},\lambda_{i2},\cdots,\lambda_{it})<\sum_{j=1}^{t}O_{ij},$$

$$t\,(O_{i1}\times O_{i2}\times\cdots\times O_{it})^{\frac{1}{t}}<O_{i1}+O_{i2}+\cdots+O_{it} \tag{A-18}$$

由此，最小化的目标函数的极值已经得到。在迭代过程中，加权系数向量 λ_j 通过式(A-19)的表达方式被更新。

$$\lambda_j=\frac{\left(\prod_{h=1}^{t}\left(\sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m\left(1-\exp\left(-\frac{\|x_{kj}-v_{hj}\|^2}{2\sigma^2}\right)\right)\right)\right)^{\frac{1}{t}}}{\sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m\left(1-\exp\left(-\frac{\|x_{kj}-v_{ij}\|^2}{2\sigma^2}\right)\right)} \tag{A-19}$$

附 B 录

定理 4.2 的证明

对于每一个采样时刻 $k=1,2,\cdots,n$，设置 x_k 为一个凸函数。式中的目标函数 J 是一个基于状态 x_k 的二次方程。因此，为了探究最小化目标函数 J，引入了 x_k 的一阶导数，设 $\partial J/\partial x_k=0$，能够得到

$$x_k=(\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}_{k|k}^{-1}\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}_{k|k}^{-1}\hat{x}_{k|k} \tag{B-1}$$

注意，由于外部扰动引起非零的滤波误差，式(B-1)中的协方差 $\boldsymbol{\Sigma}_{k|k}$ 是一个非零矩阵。引入的最优加权矩阵[133] $\boldsymbol{\Lambda}_k$ 用于描述分布式估计 $\hat{x}_{k|k}^i$ 的权重，可以表示为

$$\hat{x}_{k|k}=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\Lambda}_k^i\hat{x}_{k|k}^i \tag{B-2}$$

其中 $\boldsymbol{\Lambda}_k=[\boldsymbol{\Lambda}_k^1,\ \cdots,\ \boldsymbol{\Lambda}_k^n]^{\mathrm{T}}$，并且式(B-1)中设 $\boldsymbol{\Lambda}_k=(\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}_{k|k}^{-1}\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}_{k|k}^{-1}$ 是一个 $r\ n\times r$ 维矩阵。

接下来，基于无偏性，估计误差 $\tilde{x}_{k|k}$ 被表示为

$$\tilde{x}_{k|k}=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\Lambda}_k^i\,\tilde{x}_{k|k}^i \tag{B-3}$$

其对应的分布式估计误差协方差可以通过

$$\boldsymbol{P}_{k|k}=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\Lambda}_k^i\boldsymbol{P}_{k|k}^{i,j}\ (\boldsymbol{\Lambda}_k^j)^{\mathrm{T}}=E(\tilde{x}_{k|k}\,\tilde{x}_{k|k}^{\mathrm{T}})=(\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}_{k|k}^{-1}\boldsymbol{I})^{-1} \tag{B-4}$$

计算得到。

应用施瓦茨矩阵不等式(Schwartz matrix inequality)，$\boldsymbol{P}_{k|k}$ 由下列不等式推导实现缩放。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{P}_{k|k}&=(\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}_{k|k}^{-1}\boldsymbol{I})^{-1}=\widetilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k}^{\mathrm{T}}\ ((\boldsymbol{\Sigma}_{k|k}^{-1/2}\boldsymbol{I})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\Sigma}_{k|k}^{-1/2}\boldsymbol{I}))^{-1}\widetilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k}\\&\leqslant((\boldsymbol{\Sigma}_{k|k}^{1/2}I_i)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\Sigma}_{k|k}^{1/2}\boldsymbol{I}_i))=\boldsymbol{P}_{k|k}^i\end{aligned} \tag{B-5}$$

式中 $\widetilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{k|k}=(\boldsymbol{\Sigma}_{k|k}^{-1/2}\boldsymbol{I})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\Sigma}_{k|k}^{1/2}\boldsymbol{I}_i)$，且 $\boldsymbol{I}_i=\underbrace{[0,\cdots,\boldsymbol{I}_r,\cdots,0]}_{n}{}^{\mathrm{T}}$ 是 $rn\times r$ 维的矩阵，对于第 i 个元素，其值为 $\boldsymbol{I}_r$，其余值为 0。需要注意的是，在式(B-1)中 $\boldsymbol{\Lambda}_k^i=\boldsymbol{I}_r$；如果 $j=1,2,\cdots,n$，$j\neq i$，则 $\boldsymbol{\Lambda}_k^j=0$。

因此，若 $i=j$，则融合的误差互协方差能够满足不等式 $\boldsymbol{P}_{k|k}\leqslant\boldsymbol{P}_{k|k}^i$；否则 $\boldsymbol{P}_{k|k}\leqslant\boldsymbol{P}_{k|k}^{i,j}$。

附录 C

定理 5.2 的证明

因为矩阵 $\overline{\boldsymbol{\Theta}}_Z(t)$ 和 $\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t+1)$ 的求解方法由式(5-25)定义，其上界 $\boldsymbol{\Sigma}_Z(t)$ 根据式(5-19)的表示方式，可以写成如下的形式[141,170]。

$$\boldsymbol{\Sigma}_Z(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Sigma}_{11}(t) & \boldsymbol{\Sigma}_{12}(t)\\ \boldsymbol{\Sigma}_{21}(t) & \boldsymbol{\Sigma}_{22}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t) & 0\\ 0 & \boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)\end{bmatrix} \tag{C-1}$$

考虑到由式(5-27)和式(5-28)给定的 $\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t+1)$ 和 $\boldsymbol{P}(t+1)$ 的求解递归公式，以及式(5-13)中的估计值 $\hat{x}_Z(t\mid t)$，滤波参数 $\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}$ 和 $\boldsymbol{K}_{Z,t}$ 可以通过最小化测量值和滤波误差协方差矩阵分别求解得到。

步骤 1：计算滤波参数 $\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}$。

首先，设 $t=k-\tau(k)$，测量误差 $\tilde{y}_Z(k)$ 被定义为以下的形式。

$$\tilde{y}_Z(k)=y_Z(k)-\hat{y}_Z(k)=(\boldsymbol{A}_{Z,t3}+\boldsymbol{H}_{Z,t3}F_t\boldsymbol{E}_{Z,t3})\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}_Z(t)+v_t \tag{C-2}$$

式(C-2)中的符号表示的含义是

$$\boldsymbol{A}_{Z,t3}=[\boldsymbol{C}_t\quad \boldsymbol{C}_t-\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}],\quad \boldsymbol{H}_{Z,t3}=\boldsymbol{H}_t,\quad \boldsymbol{E}_{Z,t3}=[\boldsymbol{E}_t\quad \boldsymbol{E}_t] \tag{C-3}$$

接下来，最小化测量误差协方差矩阵，即 $E(\tilde{y}_Z(k)\tilde{y}_Z^{\mathrm{T}}(k))$ 的一阶导数被设置为零。由引理 5.1、5.2 以及式(C-1)得到的结论用于求解测量误差协方差的上界，即

$$\begin{aligned}&E(\tilde{y}_Z(k)\tilde{y}_Z^{\mathrm{T}}(k))\\&=(\boldsymbol{A}_{Z,t3}+\boldsymbol{H}_{Z,t3}F_t\boldsymbol{E}_{Z,t3})\widetilde{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)(\boldsymbol{A}_{Z,t3}+\boldsymbol{H}_{Z,t3}F_t\boldsymbol{E}_{Z,t3})^{\mathrm{T}}+R_t\\&\leqslant(\boldsymbol{A}_{Z,t3}(\boldsymbol{\Sigma}_Z(t)+\boldsymbol{\Sigma}_Z(t)\boldsymbol{E}_{Z,t3}^{\mathrm{T}}(\alpha_t^{-1}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}_{Z,t3}\boldsymbol{\Sigma}_Z(t)\boldsymbol{E}_{Z,t3}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{E}_{Z,t3}\boldsymbol{\Sigma}_Z(t))\boldsymbol{A}_{Z,t3}^{\mathrm{T}}+\\&\quad\alpha_t^{-1}\boldsymbol{H}_{Z,t3}\boldsymbol{H}_{Z,t3}^{\mathrm{T}}+R_t)=\overline{\boldsymbol{\Pi}}_Z(t)\end{aligned} \tag{C-4}$$

把式(C-3)的表示方式代入式(C-4)，因而 $\overline{\boldsymbol{\Pi}}_Z(t)$ 可以重写成为

$$\overline{\boldsymbol{\Pi}}_Z(t)=\boldsymbol{C}_t\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)\boldsymbol{C}_t^{\mathrm{T}}+(\boldsymbol{C}_t-\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t})(\boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t))(\boldsymbol{C}_t-\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t})^{\mathrm{T}}+$$

$$
\alpha_t^{-1}\boldsymbol{H}_t\boldsymbol{H}_t^{\mathrm{T}}+R_t+
$$
$$
(\boldsymbol{C}_t\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}+(\boldsymbol{C}_t-\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t})(\boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t))\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}})\times
$$
$$
(\alpha_t^{-1}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}_t\boldsymbol{P}(t)\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}})^{-1}\times
$$
$$
(\boldsymbol{C}_t\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}+(\boldsymbol{C}_t-\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t})(\boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t))\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} \tag{C-5}
$$

由此通过下面的一阶导数形式可以求解滤波参数 $\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}$。

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial\overline{\boldsymbol{\Pi}}_Z(t)}{\partial\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}} =& -(\boldsymbol{C}_t-\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t})(\boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t))- \\
& \boldsymbol{C}_t\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{M}}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t(\boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t))- \\
& (\boldsymbol{C}_t-\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t})(\boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t))\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{M}}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t(\boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)) \\
=&0
\end{aligned} \tag{C-6}
$$

同时，$\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}$ 可以通过以下转化形式直接得到。

$$
\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}=\boldsymbol{C}_t(\boldsymbol{I}+\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{M}}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t\ (\boldsymbol{I}+(\boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t))\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{M}}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t)^{-1}) \tag{C-7}
$$

式(C-7)中 $\widetilde{\boldsymbol{M}}_{Z,t}=\alpha_t^{-1}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}_t\boldsymbol{P}(t)\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}$。

为了简化计算，式(C-7)中的 $\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{M}}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t$ 被转化为以下的等式形式。

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{M}}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t \\
&=\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t(\boldsymbol{I}-((\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)-\boldsymbol{P}(t))^{-1}+\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t)^{-1}\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t) \\
&=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t\ ((\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)-\boldsymbol{P}(t))^{-1}+\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t)^{-1})\boldsymbol{E}_t^{T}\boldsymbol{M}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t
\end{aligned} \tag{C-8}
$$

这里 $\boldsymbol{M}_{Z,t}=\alpha_t^{-1}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}_t\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)\boldsymbol{E}_t^{T}$。基于矩阵逆引理，$\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{M}}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t$ 可以替换为下面的等价形式。

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{M}}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t \\
&=\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t\ (\boldsymbol{I}+(\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)-\boldsymbol{P}(t))\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t)^{-1} \\
&=(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t(\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)-\boldsymbol{P}(t)))^{-1}\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t
\end{aligned} \tag{C-9}
$$

接下来，式(C-7)中的矩阵 $(\boldsymbol{I}+(\boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t))\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{M}}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t)^{-1}$ 可以从式(C-8)和式(C-9)中得到，其等价形式为

$$
(\boldsymbol{I}+(\boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t))\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{M}}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t)^{-1}=\boldsymbol{I}+(\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)-\boldsymbol{P}(t))\boldsymbol{E}_t^{T}\boldsymbol{M}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t \tag{C-10}
$$

根据以上的分析，用式(C-9)和式(C-10)代替式(C-7)，由此得到滤波参数 $\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}$ 的表达形式为

$$\hat{C}_{Z,t} = C_t(I + \overline{\Sigma}_Z(t)E_t^{\mathrm{T}}M_{Z,t}^{-1}E_t) \tag{C-11}$$

步骤 2：获得滤波增益 $K_{Z,t}$。

首先，定理 5.1 分别定义了式(5-22)和(5-23)中的 $\Theta_Z(t)$ 和 $\Sigma_Z(t+1)$ 的求解方法。根据式(5-24)和式(5-25)以及参数 $\hat{C}_{Z,t}$，与其相应的滤波和预测误差协方差 $\overline{\Theta}_Z(t)$ 和 $\overline{\Sigma}_Z(t+1)$ 通过以下方式推导得到。

$$\begin{aligned}
\overline{\Theta}_Z(t) &= [I \quad 0]\Theta_Z(t)\begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} \\
&= (I - K_{Z,t}C_t)\overline{\Sigma}_Z(t)(I - K_{Z,t}C_t)^{\mathrm{T}} + \\
&\quad (K_{Z,t}(\hat{C}_{Z,t} - C_t))(P(t) - \overline{\Sigma}_Z(t))(K_{Z,t}(\hat{C}_{Z,t} - C_t))^{\mathrm{T}} + \\
&\quad (\overline{\Sigma}_Z(t) + K_{Z,t}(\hat{C}_{Z,t}(P(t) - \overline{\Sigma}_Z(t)) - C_tP(t)))E_t^{\mathrm{T}}\widetilde{M}_{Z,t}^{-1}E_t \times \\
&\quad (\overline{\Sigma}_Z(t) + K_{Z,t}(\hat{C}_{Z,t}(P(t) - \overline{\Sigma}_Z(t)) - C_tP(t)))^{\mathrm{T}} + \\
&\quad \alpha_t^{-1}K_{Z,t}H_tH_t^{\mathrm{T}}K_{Z,t}^{\mathrm{T}} + K_{Z,t}R_tK_{Z,t}^{\mathrm{T}}
\end{aligned} \tag{C-12}$$

此时，滤波增益 $K_{Z,t}$ 通过一阶导数公式 $\dfrac{\partial\overline{\Theta}_Z(t)}{\partial K_{Z,t}} = 0$ 演化得到：

$$\begin{aligned}
K_{Z,t} = &(\overline{\Sigma}_Z(t)C_t^{\mathrm{T}} + \overline{\Sigma}_Z(t)E_t^{\mathrm{T}}\widetilde{M}_{Z,t}^{-1}E_t(C_tP(t) - \\
&\hat{C}_{Z,t}(P(t) - \overline{\Sigma}_Z(t)))^{\mathrm{T}})\Xi_Z^{-1}(t)
\end{aligned} \tag{C-13}$$

式(C-13)中

$$\begin{aligned}
\Xi_Z(t) = &C_t\overline{\Sigma}_Z(t)C_t^{\mathrm{T}} + (\hat{C}_{Z,t} - C_t)(P(t) - \overline{\Sigma}_Z(t))(\hat{C}_{Z,t} - C_t)^{\mathrm{T}} + \\
&(\hat{C}_{Z,t}(P(t) - \overline{\Sigma}_Z(t)) - C_tP(t))E_t^{\mathrm{T}}\widetilde{M}_{Z,t}^{-1}E_t \times \\
&(\hat{C}_{Z,t}(P(t) - \overline{\Sigma}_Z(t)) - C_tP(t))^{\mathrm{T}} + \alpha_t^{-1}H_tH_t^{\mathrm{T}} + R_t
\end{aligned} \tag{C-14}$$

注意，$K_{Z,t}$ 的求解依赖参数 $\hat{C}_{Z,t}$。因而，将式(C-11)分别代入式(C-13)和式(C-14)，设

$$\begin{aligned}
\Lambda_Z(t) &= \overline{\Sigma}_Z(t)C_t^{\mathrm{T}} + \overline{\Sigma}_Z(t)E_t^{\mathrm{T}}\widetilde{M}_{Z,t}^{-1}E_t(C_tP(t) - \hat{C}_{Z,t}(P(t) - \overline{\Sigma}_Z(t)))^{\mathrm{T}} \\
&= \overline{\Sigma}_Z(t)C_t^{\mathrm{T}} + \overline{\Sigma}_Z(t)E_t^{\mathrm{T}}M_{Z,t}^{-1}E_t\overline{\Sigma}_Z(t)C_t^{\mathrm{T}}
\end{aligned} \tag{C-15}$$

这样重新计算 $\Xi_Z(t)$，可以得到

$$\Xi_Z(t) = C_t\overline{\Sigma}(t)(I + E_t^{\mathrm{T}}M_t^{-1}E_t\overline{\Sigma}(t))C_t^{\mathrm{T}} + \alpha_t^{-1}H_tH_t^{\mathrm{T}} + R_t \tag{C-16}$$

继而，把式(C-13)中求得的 $K_{Z,t}$ 值演化为

$$K_{Z,t} = \Lambda_Z(t)\Xi_Z^{-1}(t) \tag{C-17}$$

因此，联合(C-11)中得到的 $\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}$ 值，以及式(C-15)至式(C-17)中的 $\boldsymbol{K}_{Z,t}$ 值，矩阵 $\overline{\boldsymbol{\Theta}}_Z(t)$ 可以重写为式(5-26)的形式。

步骤 3：求解滤波参数 $\hat{\boldsymbol{A}}_{Z,t}$。

以下的求解过程类似于参数 $\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}$ 和 $\boldsymbol{K}_{Z,t}$ 的推导过程。对于式(5-14)的预测值，运用最小化协方差 $\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t+1)$ 方法，参照式(5-23)和式(5-25)，其表示形式可以定义为

$$\begin{aligned}\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t+1)=&[\boldsymbol{I}\quad 0]\boldsymbol{\Sigma}_Z(t+1)\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}\\0\end{bmatrix}\\=&(\boldsymbol{A}_t-\boldsymbol{L}_{Z,t}\boldsymbol{C}_t)\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)(\boldsymbol{A}_t-\boldsymbol{L}_{Z,t}\boldsymbol{C}_t)^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_tQ_t\boldsymbol{B}_t^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{L}_{Z,t}R_t\boldsymbol{L}_{Z,t}^{\mathrm{T}}+\\&(\boldsymbol{A}_t-\hat{\boldsymbol{A}}_{Z,t}+\boldsymbol{L}_{Z,t}(\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}-\boldsymbol{C}_t))(\boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t))\times\\&(\boldsymbol{A}_t-\hat{\boldsymbol{A}}_{Z,t}+\boldsymbol{L}_{Z,t}(\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}-\boldsymbol{C}_t))^{\mathrm{T}}+\\&((\boldsymbol{A}_t-\boldsymbol{L}_{Z,t}\boldsymbol{C}_t)\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)+(\boldsymbol{A}_t-\hat{\boldsymbol{A}}_{Z,t}+\boldsymbol{L}_{Z,t}(\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}-\boldsymbol{C}_t))\times\\&(\boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)))\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{M}}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t(\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)(\boldsymbol{A}_t-\boldsymbol{L}_{Z,t}\boldsymbol{C}_t)^{\mathrm{T}}+\\&(\boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t))(\boldsymbol{A}_t-\hat{\boldsymbol{A}}_{Z,t}+\boldsymbol{L}_{Z,t}(\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}-\boldsymbol{C}_t))^{\mathrm{T}})+\\&\alpha_t^{-1}(\boldsymbol{F}_t-\boldsymbol{L}_{Z,t}\boldsymbol{H}_t)(\boldsymbol{F}_t-\boldsymbol{L}_{Z,t}\boldsymbol{H}_t)^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{B}_t\boldsymbol{S}_t\boldsymbol{L}_{Z,t}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{L}_{Z,t}\boldsymbol{S}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_t^{\mathrm{T}}\end{aligned}\tag{C-18}$$

接下来，参数 $\hat{\boldsymbol{A}}_{Z,t}$ 根据一阶导数的形式 $\dfrac{\partial\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t+1)}{\partial\hat{\boldsymbol{A}}_{Z,t}}=0$ 表示为

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{A}}_{Z,t}=&(\boldsymbol{A}_t-\boldsymbol{L}_{Z,t}\boldsymbol{C}_t)(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{P}(t)\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{M}}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t)(\boldsymbol{I}+(\boldsymbol{P}(t)-\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t))\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{M}}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t)^{-1}+\\&\boldsymbol{L}_{Z,t}\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}\end{aligned}\tag{C-19}$$

为简便起见，将式(C-9)中 $\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{M}}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}$ 的等价形式以及式(C-11)中的 $\hat{\boldsymbol{C}}_{Z,t}$ 值代入式(C-19)，由此得到滤波参数 $\hat{\boldsymbol{A}}_{Z,t}$，它被重写成式(C-20)所示的等价形式。

$$\hat{\boldsymbol{A}}_{Z,t}=\boldsymbol{A}_t(\boldsymbol{I}+\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t)\tag{C-20}$$

步骤 4：计算滤波增益 $\boldsymbol{L}_{Z,t}$。

通过式(C-20)得到 $\hat{\boldsymbol{A}}_{Z,t}$ 的表达形式，将其代入预测误差协方差 $\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t+1)$，其定义在式(C-18)中，然后联合 $\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t+1)$ 的一阶导数，将其设置为零，此时容易得到参数 $\boldsymbol{L}_{Z,t}$ 的表达形式为

$$\boldsymbol{L}_{Z,t}=\boldsymbol{\Delta}_Z(t)\boldsymbol{\Xi}_Z^{-1}(t)\tag{C-21}$$

其中符号定义为 $\boldsymbol{\Delta}_Z(t)=\boldsymbol{A}_t\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t))\boldsymbol{C}_t^{\mathrm{T}}+\alpha_t^{-1}\boldsymbol{F}_t\boldsymbol{H}_t^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_t\boldsymbol{S}_t$。

综合上述解决方案，预测误差协方差矩阵可以重写为以下简便形式。

$$\begin{aligned}\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t+1)=&\boldsymbol{A}_t\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t)(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Z,t}^{-1}\boldsymbol{E}_t\overline{\boldsymbol{\Sigma}}_Z(t))\boldsymbol{A}_t^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_tQ_t\boldsymbol{B}_t^{\mathrm{T}}+\\&\alpha_t^{-1}\boldsymbol{F}_t\boldsymbol{F}_t^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{\Delta}_Z(t)\boldsymbol{\Xi}_Z^{-1}(t)\boldsymbol{\Delta}_Z^{\mathrm{T}}(t)\end{aligned} \tag{C-22}$$

步骤 5：计算状态协方差矩阵 $\boldsymbol{P}(t+1)$。

带有时变参数不确定性的状态协方差被定义为

$$\begin{aligned}\widetilde{\boldsymbol{P}}(t+1)&=E(x(t+1)x^{\mathrm{T}}(t+1))\\&=(\boldsymbol{A}_t+\boldsymbol{F}_tF_t\boldsymbol{E}_t)\widetilde{\boldsymbol{P}}(t)(\boldsymbol{A}_t+\boldsymbol{F}_tF_t\boldsymbol{E}_t)^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_tQ_t\boldsymbol{B}_t^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{C-23}$$

根据引理 5.1 和引理 5.2，状态协方差矩阵的上界可以通过不等式获得，即

$$\begin{aligned}\widetilde{\boldsymbol{P}}(t+1)=&(\boldsymbol{A}_t+\boldsymbol{F}_tF_t\boldsymbol{E}_t)\boldsymbol{P}(t)(\boldsymbol{A}_t+\boldsymbol{F}_tF_t\boldsymbol{E}_t)^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_tQ_t\boldsymbol{B}_t^{\mathrm{T}}\\\leqslant&\boldsymbol{A}_t(\boldsymbol{P}^{-1}(t)-\alpha_t\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_t)^{-1}\boldsymbol{A}_t^{\mathrm{T}}+\alpha_t^{-1}F_tF_t^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_tQ_t\boldsymbol{B}_t^{\mathrm{T}}\\=&\boldsymbol{A}_t\boldsymbol{P}(t)\boldsymbol{A}_t^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{A}_t\boldsymbol{P}(t)\boldsymbol{E}_t^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{M}}_t^{-1}\boldsymbol{E}_t\boldsymbol{P}(t)\boldsymbol{A}_t^{\mathrm{T}}+\\&\alpha_t^{-1}F_tF_t^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_tQ_t\boldsymbol{B}_t^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{P}(t+1)\end{aligned} \tag{C-24}$$

其初始值被设置为 $\boldsymbol{P}(0)=x(0)x^{\mathrm{T}}(0)+\boldsymbol{P}_0$，这与文献[130]中的初始值设置相似。

参 考 文 献

[1] Reppa V，Polycarpou M M，Panayiotou C G. Distributed sensor fault diagnosis for a network of interconnected cyberphysical systems [J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems，2015，2(1)：11-23.

[2] HU J，WANG Z，CHEN D，et al. Estimation，filtering and fusion for networked systems with network-induced phenomena：New progress and prospects [J]. Information Fusion，2016，31：65-75.

[3] GE X，HAN Q L. Distributed event-triggered H∞ filtering over sensor networks with communication delays [J]. Information Sciences，2015，291：128-142.

[4] LIU Q，WANG Z，HE X，et al. Event-based recursive distributed filtering over wireless sensor networks [J]. IEEE Transactions on Automatic Control，2015，60(9)：2470-2475.

[5] YU L，JIANG T，CAO Y. Energy cost minimization for distributed internet data centers in smart microgrids considering power outages [J]. IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems，2015，26(1)：120-130.

[6] Kachroo P，Sastry S. Traffic assignment using a density-based travel-time function for intelligent transportation systems [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems，2016，17(5)：1438-1447.

[7] WU M，TAN L，XIONG N. Data prediction，compression，and recovery in clustered wireless sensor networks for environmental monitoring applications [J]. Information Sciences，2016，329：800-818.

[8] Dolz D，Penarrocha I，Sanchis R. Performance tradeoffs for networked jump observer-based fault diagnosis [J]. IEEE Transactions on Signal Processing，2015，63(10)：2692-2703.

[9] Chaurasiya V K，Jain N，Nandi G. A novel distance estimation approach for 3D localization in wireless sensor network using multi dimensional scaling [J]. Information Fusion，2014，15：5-18.

[10] 吴军. 基于光电扫描测角与超声测距的全站式空间定位方法研究 [D]. 天津：天津大学，2014.

[11] HONG S，WAN X，KE H. Spatial difference smoothing for coherent sources location in MIMO radar [J]. Signal Processing，2015，109：69-83.

[12] WANG W，MA H，WANG Y，et al. Performance analysis based on least squares and extended Kalman filter for localization of static target in wireless sensor networks [J]. Ad Hoc Networks，2015，25：1-15.

[13] SONG T，TANG B，ZHAO M，et al. An accurate 3-D fire location method based on sub-pixel edge detection and non-parametric stereo matching [J]. Measurement，2014，50：160-171.

[14] 郝本建. 无线传感网信号被动定位关键技术研究 [D]. 西安：西安电子科技大学，2013.

[15] 熊芝. wMPS 空间测量定位网络布局优化研究 [D]. 天津：天津大学，2012.

[16] 詹习生. 基于通信约束的网络化控制系统最优性能研究 [D]. 武汉：华中科技大学，2012.

[17] 朱善迎. 基于协同策略的工业无线网络分布式估计问题研究 [D]. 上海：上海交通大学，2013.

[18] 陈博. 网络化多传感器信息融合估计算法研究 [D]. 杭州：浙江工业大学，2013.

[19] Caballero-Águila R, García-Garrido I, Linares-Pérez J. Information fusion algorithms for state estimation in multi-sensor systems with correlated missing measurements [J]. Applied Mathematics and Computation, 2014, 226: 548-563.

[20] Fortino G, Galzarano S, Gravina R, et al. A framework for collaborative computing and multi-sensor data fusion in body sensor networks [J]. Information Fusion, 2015, 22: 50-70.

[21] MEI Z, Maropoulos P G. Review of the application of flexible, measurement-assisted assembly technology in aircraft manufacturing [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2014, 0954405413517387.

[22] Franceschini F, Maisano D. The evolution of large-scale dimensional metrology from the perspective of scientific articles and patents [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2014, 70(5-8): 887-909.

[23] 张华滋. 无线网络中的分布式信号处理与信息传播 [D]. 杭州：浙江大学，2013.

[24] YANG L H, WANG Y, ZHU J G, et al. Distributed optical sensor network with self-monitoring mechanism for accurate indoor location and coordinate measurement [C]. in Applied Mechanics and Materials, 2012: 972-976.

[25] 张文安. 网络化控制系统的时延与丢包问题研究 [D]. 杭州：浙江工业大学，2010.

[26] 马静. 网络化控制系统的建模与融合估计 [D]. 哈尔滨：黑龙江大学，2012.

[27] Esmaeili F, Varshosaz M, Ebadi H. Displacement measurement of the soil nail walls by using close range photogrammetry and introduction of CPDA method [J]. Measurement, 2013, 46(9): 3449-3459.

[28] 郝继贵，邹剑，林嘉睿，等. 摄影测量图像处理的高精度误差补偿法 [J]. 光学学报，2012，32(9)：912.

[29] 周婧，高印寒，陈小林，等. 基于单摄像机视觉测量系统的网络化数据融合 [J]. 吉林大学学报：工学版，2013，(1)：92-97.

[30] ZHOU Z, LI S, WANG B. Multi-scale weighted gradient-based fusion for multi-focus images [J]. Information Fusion, 2014, 20: 60-72.

[31] BAI X, ZHANG Y, ZHOU F, et al. Quadtree-based multi-focus image fusion using a weighted focus-measure [J]. Information Fusion, 2015, 22: 105-118.

[32] Franceschini F, Galetto M, Maisano D, et al. Mobile spatial coordinate measuring system (MScMS)—introduction to the system [J]. International Journal of Production Research, 2009, 47(14): 3867-3889.

[33] Gonzalez J R, Bleakley C J. High-precision robust broadband ultrasonic location and orientation estimation [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2009, 3(5): 832-844.

[34] WU J，ZHU J，YANG L，et al. A highly accurate ultrasonic ranging method based on onset extraction and phase shift detection [J]. Measurement，2014，47：433-441.
[35] 张滋黎. 基于视觉引导的大尺度空间坐标测量方法研究 [D]. 天津：天津大学，2010.
[36] WU J，ZHU J，YANG L，et al. A novel ultrasonic ranging method used for single station indoor GPS [J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control，2015，37(1)：25-32.
[37] Mastrogiacomo L，Maisano D. Network localization procedures for experimental evaluation of mobile spatial coordinate measuring system（MScMS）[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology，2010，48(9-12)：859-870.
[38] SHEN G，Zetik R，Hirsch O，et al. Range-based localization for UWB sensor networks in realistic environments [J]. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking，2010，2010：1.
[39] Kotzor D，Utschick W. Kernel methods for ill-posed range-based localization problems [J]. IEEE Transactions on Signal Processing，2012，60(8)：4151-4162.
[40] Ruiz D，Ureña J，García J C，et al. Efficient trilateration algorithm using time differences of arrival [J]. Sensors and Actuators A：Physical，2013，193：220-232.
[41] Oliva G，Panzieri S，Pascucci F，et al. Sensor networks localization：extending trilateration via shadow edges [J]. IEEE Transactions on Automatic Control，2015，60(10)：2752-2755.
[42] Pomárico-Franquiz J，Khan S H，Shmaliy Y S. Combined extended FIR/Kalman filtering for indoor robot localization via triangulation [J]. Measurement，2014，50：236-243.
[43] LUO X，JIU B，CHEN S，et al. ML estimation of transition probabilities for an unknown maneuvering emitter tracking [J]. Signal Processing，2015，109：248-260.
[44] 殷桂华，王小辉，雷毅谈. 基于 TDOA 的室内运动目标双曲线 RFID 定位方法 [J]. 计算机应用，2014,2.
[45] 孙顺远. 无线传感器网络定位算法及应用研究 [D]. 无锡：江南大学，2014.
[46] YUANG Y C，PAN C Y，LIN Y J，et al. Investigating of antenna selection for the adaptive centroid localization systems [J]. International Journal of Production Economics，2015.
[47] Cabero J M，Olabarrieta I I，Gil-López S，et al. A novel range-free localization algorithm to turn connectivity traces and motion data into localization information [J]. Ad Hoc Networks，2014，20：36-52.
[48] LIU W Y，WANG E S，CHEN Z J. Improved DV-Hop localization algorithm in wireless sensor networks [J]. Journal of Chinese Computer Systems，2011，32(6)：1071-1074.
[49] YUAN Y H，SUN Q S. Graph regularized multiset canonical correlations with applications to joint feature extraction [J]. Pattern Recognition，2014，47(12)：3907-3919.
[50] LIU L，TU X，ZHOU W，et al. Image segmentation using multiphase curve evolution based on level set [M]. Computational Intelligence，Networked Systems and Their Applications：Springer，2014.
[51] LIU L，YANG A L，TU X W，et al. Double regularization control based on level set evolution for tablet packaging image segmentation [J]. Advances in Manufacturing，2015，3

(1): 73-83.

[52] LIU J, LIU D, CHENG J, et al. Conditional simultaneous localization and mapping: A robust visual SLAM system [J]. Neurocomputing, 2014, 145: 269-284.

[53] 冯春. 基于单目视觉的目标识别与定位研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2013.

[54] Kass M, Witkin A, Terzopoulos D. Snakes: Active contour models [J]. International Journal of Computer Vision, 1988, 1(4): 321-331.

[55] XU C, Prince J L. Snakes, shapes, and gradient vector flow [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7(3): 359-369.

[56] Caselles V, Catté F, Coll T, et al. A geometric model for active contours in image processing [J]. Numerische Mathematik, 1993, 66(1): 1-31.

[57] Malladi R, Sethian J A, Vemuri B C. Shape modeling with front propagation: A level set approach [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1995, 17 (2): 158-175.

[58] Caselles V, Kimmel R, Sapiro G. Geodesic active contours [J]. International Journal of Computer Vision, 1997, 22(1): 61-79.

[59] LI C, XU C, GUI C, et al. Level set evolution without re-initialization: a new variational formulation [C]. in IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2005: 430-436.

[60] CHAN T F, Vese L A. Active contours without edges [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(2): 266-277.

[61] Vemuri B, CHEN Y. Joint image registration and segmentation [M]. Geometric level set methods in imaging, vision, and graphics: Springer, 2003: 251-269.

[62] HOU Z. A review on MR image intensity inhomogeneity correction [J]. International Journal of Biomedical Imaging, 2006.

[63] Michailovich O, Rathi Y, Tannenbaum A. Image segmentation using active contours driven by the Bhattacharyya gradient flow [J]. IEEE Transactions on Image Processing 2007, 16 (11): 2787-2801.

[64] DO M N, Vetterli M. The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(12): 2091-2106.

[65] LI C, HUANG R, DING Z, et al. A variational level set approach to segmentation and bias correction of images with intensity inhomogeneity [M]. Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention-MICCAI 2008: Springer, 2008: 1083-1091.

[66] Vovk U, Pernus F, Likar B. A review of methods for correction of intensity inhomogeneity in MRI [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2007, 26(3): 405-421.

[67] LEI Z, JING Y. Fast multi-object image segmentation algorithm based on CV model [J]. Journal of Multimedia, 2011, 6(1): 99-106.

[68] Mansouri A R, Mitiche A, Vázquez C. Multiregion competition: A level set extension of region competition to multiple region image partitioning [J]. Computer Vision and Image Understanding, 2006, 101(3): 137-150.

[69] ZHANG K, ZHANG L, ZHANG S. A variational multiphase level set approach to simultaneous segmentation and bias correction [C]. in 2010 17th IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), 2010: 4105-4108.

[70] WANG L, CHEN Y, PAN X, et al. Level set segmentation of brain magnetic resonance images based on local Gaussian distribution fitting energy [J]. Journal of Neuroscience Methods, 2010, 188(2): 316-325.

[71] ZHOU W, FEI M, LI K, et al. Accurate image capturing control of bottle caps based on iterative learning control and Kalman filtering [J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2013: 0142331213507077.

[72] ZHOU W, FEI M, ZHOU H, et al. A sparse representation based fast detection method for surface defect detection of bottle caps [J]. Neurocomputing, 2014, 123: 406-414.

[73] ZHOU H, YUAN Y, LIN F, et al. Level set image segmentation with Bayesian analysis [J]. Neurocomputing, 2008, 71(10): 1994-2000.

[74] ZHOU H, Schaefer G, Celebi M E, et al. Gradient vector flow with mean shift for skin lesion segmentation [J]. Computerized Medical Imaging and Graphics, 2011, 35 (2): 121-127.

[75] ZHOU H, LI X, Schaefer G, et al. Mean shift based gradient vector flow for image segmentation [J]. Computer Vision and Image Understanding, 2013, 117(9): 1004-1016.

[76] GAO X, WANG B, TAO D, et al. A unified tensor level set method for image segmentation [M]. Multimedia Analysis, Processing and Communications: Springer, 2011: 217-238.

[77] LI C, KAO C Y, Gore J C, et al. Minimization of region-scalable fitting energy for image segmentation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 17(10): 1940-1949.

[78] ZHANG K, ZHANG L, SONG H, et al. Reinitialization-free level set evolution via reaction diffusion [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2013, 22(1): 258-271.

[79] LI C, HUANG R, DING Z, et al. A level set method for image segmentation in the presence of intensity inhomogeneities with application to MRI [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2011, 20(7): 2007-2016.

[80] Dunn J. A graph theoretic analysis of pattern classification via Tamura's fuzzy relation [J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 1974, (3): 310-313.

[81] Bezdek J C. Pattern recognition with fuzzy objective function algorithms[M]. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1981.

[82] WU K L, YANG M S. Alternative c-means clustering algorithms [J]. Pattern Recognition, 2002, 35(10): 2267-2278.

[83] Ahmed M N, Yamany S M, Mohamed N, et al. A modified fuzzy c-means algorithm for bias field estimation and segmentation of MRI data [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2002, 21(3):193-199.

[84] CHEN S, ZHANG D. Robust image segmentation using FCM with spatial constraints based on new kernel-induced distance measure [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2004, 34(4): 1907-1916.

[85] Szilagyi L，Benyo Z，Szilágyi S M，et al. MR brain image segmentation using an enhanced fuzzy c-means algorithm [C]. in Engineering in Medicine and Biology Society，2003. Proceedings of the 25th Annual International Conference of the IEEE，2003：724-726.

[86] LI C，LIU L，JIANG W. Objective function of semi-supervised fuzzy c-means clustering algorithm [C]. in IEEE International Conference on Industrial Informatics，2008. INDIN 2008：737-742.

[87] 黄少滨，程媛，万庆生，等. 一种基于 IDEFlx 模型的层次多关系聚类算法 [J]. 自动化学报，2014，40(8)：1740-1753.

[88] 王利，高宪文，王伟，等. 基于模型的子空间聚类与时间段蚁群算法的合同生产批量调度方法 [J]. 自动化学报，2014，40(9)：1991-1997.

[89] 张小峰. 基于模糊聚类算法的医学图像分割技术研究 [D]. 济南：山东大学，2014.

[90] Ferreira M R，De Carvalho F D A. Kernel fuzzy c-means with automatic variable weighting [J]. Fuzzy Sets and Systems，2014，237：1-46.

[91] Krinidis S，Chatzis V. A robust fuzzy local information C-means clustering algorithm [J]. IEEE Transactions on Image Processing，2010，19(5)：1328-1337.

[92] GONG M，LIANG Y，SHI J，et al. Fuzzy C-means clustering with local information and kernel metric for image segmentation [J]. IEEE Transactions on Image Processing，2013，22(2)：573-584.

[93] Krinidis S，Krinidis M. Generalised fuzzy local information C-means clustering algorithm [J]. Electronics Letters，2012，48(23)：1468-1470.

[94] 赵春晖，齐滨. 基于模糊核加权 C-均值聚类的高光谱图像分类 [J]. 仪器仪表学报，2012，33(9)：2016-2021.

[95] 罗清华，彭宇，彭喜元. 一种多维不确定性数据流聚类算法 [J]. 仪器仪表学报，2013，34(6)：1330-1338.

[96] Chiranjeevi P，Sengupta S. Detection of moving objects using multi-channel kernel fuzzy correlogram based background subtraction [J]. IEEE Transactions on Cybernetics，2014，44(6)：870-881.

[97] Alipour S，Shanbehzadeh J. Fast automatic medical image segmentation based on spatial kernel fuzzy C-means on level set method [J]. Machine Vision and Applications，2014：1-20.

[98] 李宣平，王雪. 模糊聚类协作区域主动轮廓模型医学图像分割 [J]. 仪器仪表学报，2013，34(4)：860-865.

[99] LU C，XIAO S，GU X. Improving fuzzy C-means clustering algorithm based on a density-induced distance measure [J]. The Journal of Engineering，2014，1(1).

[100] QIU C，XIAO J，HAN L，et al. Enhanced interval type-2 fuzzy C-means algorithm with improved initial center [J]. Pattern Recognition Letters，2014，38：86-92.

[101] 李永忠，张杰. 一种基于云模型和半监督聚类的入侵检测算法 [J]. 电子测量与仪器学报，2014，28(12)：1376-1381.

[102] 郭海涛，刘丽媛，赵亚鑫，等. 基于 MAR 与 FCM 聚类的声呐图像分割 [J]. 仪器仪表学报，2013，34(10)：2322-2327.

[103] Candès E J, LI X, MA Y, et al. Robust principal component analysis[J]. Journal of the ACM (JACM), 2011, 58(3): 11.

[104] YANG M S, LAI C Y, LIN C Y. A robust EM clustering algorithm for Gaussian mixture models [J]. Pattern Recognition, 2012, 45(11): 3950-3961.

[105] Elhamifar E, Vidal R. Robust classification using structured sparse representation [C]. in 2011 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2011: 1873-1879.

[106] XIE X, WANG C, ZHANG A, et al. A robust level set method based on local statistical information for noisy image segmentation [J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics,2014, 125(9): 2199-2204.

[107] 潘泉，于昕，程咏梅，等. 信息融合理论的基本方法与进展 [J]. 自动化学报，2008.

[108] 潘泉，王增福，梁彦，等. 信息融合理论的基本方法与进展（Ⅱ）[J]. 控制理论与应用，2012，29(10):1233-1244.

[109] Kabir G, Demissie G, Sadiq R, et al. Integrating failure prediction models for water mains: Bayesian belief network based data fusion [J]. Knowledge-Based Systems, 2015.

[110] Mehta P, Werner A, Mears L. Condition based maintenance-systems integration and intelligence using Bayesian classification and sensor fusion [J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2013, 26(2): 331-346.

[111] WANG X, HU H, ZHANG A. Concentration measurement of three-phase flow based on multi-sensor data fusion using adaptive fuzzy inference system [J]. Flow Measurement and Instrumentation, 2014, 39: 1-8.

[112] Ribeiro R A, Falcão A, Mora A, et al. FIF: A fuzzy information fusion algorithm based on multi-criteria decision making [J]. Knowledge-Based Systems, 2014, 58: 23-32.

[113] Safari S, Shabani F, Simon D. Multirate multisensor data fusion for linear systems using Kalman filters and a neural network [J]. Aerospace Science and Technology, 2014, 39: 465-471.

[114] SI L, WANG Z, TAN C, et al. A novel approach for coal seam terrain prediction through information fusion of improved D-S evidence theory and neural network [J]. Measurement, 2014, 54: 140-151.

[115] Singh R, Khare A. Fusion of multimodal medical images using Daubechies complex wavelet transform-A multiresolution approach [J]. Information Fusion, 2014, 19: 49-60.

[116] LIU Y, JIN J, WANG Q, et al. Region level based multi-focus image fusion using quaternion wavelet and normalized cut [J]. Signal Processing, 2014, 97: 9-30.

[117] SUN J, ZHU H, XU Z, et al. Poisson image fusion based on Markov random field fusion model [J]. Information Fusion, 2013, 14(3): 241-254.

[118] Karadag O O, Vural F T Y. Image segmentation by fusion of low level and domain specific information via Markov Random Fields [J]. Pattern Recognition Letters, 2014, 46: 75-82.

[119] 崇昭，洪艳，战胜. 多源信息融合[M]. 北京：清华大学出版社，2006.

[120] Khaleghi B, Khamis A, Karray F O, et al. Multisensor data fusion: A review of the state-

of-the-art [J]. Information Fusion, 2013, 14(1): 28-44.

[121] 朱培逸. 不确定信息的融合方法及其应用研究[D]. 无锡: 江南大学, 2013.

[122] Pourdehi S, Azami A, Shabaninia F. Fuzzy Kalman-type filter for interval fractional-order systems with finite-step auto-correlated process noises [J]. Neurocomputing, 2015, 159: 44-49.

[123] Gershon E, Shaked U, Yaesh I. H∞ control and filtering of discrete-time stochastic systems with multiplicative noise [J]. Automatica, 2001, 37(3): 409-417.

[124] LI C W, LO C C, CHEN B S. Robust sensorimotor control of human arm model under state-dependent noises, control-dependent noises and additive noises [J]. Neurocomputing, 2015, 167: 61-75.

[125] ZHANG W, ZHAO Y, SHENG L. Some remarks on stability of stochastic singular systems with state-dependent noise [J]. Automatica, 2015, 51: 273-277.

[126] Costa O, Benites G. Robust mode-independent filtering for discrete-time Markov jump linear systems with multiplicative noises [J]. International Journal of Control, 2013, 86(5): 779-793.

[127] DENG Z L, GAO Y, MAO L, et al. New approach to information fusion steady-state Kalman filtering [J]. Automatica, 2005, 41(10): 1695-1707.

[128] SONG E, ZHU Y, ZHOU J, et al. Optimal Kalman filtering fusion with cross-correlated sensor noises [J]. Automatica, 2007, 43(8): 1450-1456.

[129] FENG J, ZENG M. Optimal distributed Kalman filtering fusion for a linear dynamic system with cross-correlated noises [J]. International Journal of Systems Science, 2012, 43(2): 385-398.

[130] FENG J, WANG Z, ZENG M. Distributed weighted robust Kalman filter fusion for uncertain systems with autocorrelated and cross-correlated noises [J]. Information Fusion, 2013, 14(1): 78-86.

[131] YAN L, LI X R, XIA Y, et al. Optimal sequential and distributed fusion for state estimation in cross-correlated noise [J]. Automatica, 2013, 49(12): 3607-3612.

[132] 于浛, 张秀杰, 陈建伟, 等. 考虑随机测量时滞和同步相关噪声的改进高斯滤波算法 [J]. 控制理论与应用, 2016, 33(2): 133-145.

[133] QI W, ZHANG P, DENG Z. Robust weighted fusion Kalman filters for multisensor time-varying systems with uncertain noise variances [J]. Signal Processing, 2014, 99: 185-200.

[134] ZHANG P, QI W, DENG Z. Hierarchical fusion robust Kalman filter for clustering sensor network time-varying systems with uncertain noise variances [J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2015, 29(1): 99-122.

[135] QI W, ZHANG P, DENG Z. Robust sequential covariance intersection fusion Kalman filtering over multi-agent sensor networks with measurement delays and uncertain noise variances [J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(11): 2632-2642.

[136] SONG E, XU J, ZHU Y. Optimal distributed Kalman filtering fusion with singular covariances of filtering errors and measurement noises [J]. IEEE Transactions on Automatic

Control，2014，59(5)：1271-1282.

[137] YANG F，WANG Z，FENG G，et al. Robust filtering with randomly varying sensor delay：the finite-horizon case [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I：Regular Papers，2009，56(3)：664-672.

[138] SHEN B，WANG Z，HUANG Y. Distributed H∞-consensus filtering in sensor networks with multiple missing measurements：the finite-horizon case [J]. Automatica，2010，46(10)：1682-1688.

[139] WANG Z，DONG H，SHEN B，et al. Finite-horizon H ∞ filtering with missing measurements and quantization effects [J]. IEEE Transactions on Automatic Control，2013，58(7)：1707-1718.

[140] Rezaei H，Esfanjani R M，Farsi M. Robust filtering for uncertain networked systems with randomly delayed and lost measurements [J]. IET Signal Processing，2015，9(4)：320-327.

[141] Rezaei H，Esfanjani R M，Sedaaghi M H. Improved robust finite-horizon Kalman filtering for uncertain networked time-varying systems [J]. Information Sciences，2015，293：263-274.

[142] CHEN B，ZHANG W A，YU L. Distributed finite-horizon fusion Kalman filtering for bandwidth and energy constrained wireless sensor networks [J]. IEEE Transactions on Signal Processing，2014，62(4)：797-812.

[143] 王雪梅，刘文强，邓自立. 不确定系统改进的鲁棒协方差交叉融合稳态 卡尔曼 预报器[J]. 自动化学报，2016，42(8)：1198-1206.

[144] Smith M J. State estimate recovery via nonlinear transforms during periods of destabilisation initiated by measurement uncertainty [J]. International Journal of Control，2015，88(5)：1026-1036.

[145] YAN L，JIANG L，XIA Y，et al. State estimation and data fusion for multirate sensor networks [J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing，2016，30(1)：3-15.

[146] Mahmoud M S. Distributed estimation based on information—based covariance intersection algorithms [J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing，2016，30：750-778.

[147] NIU Y，DONG W，JI Y. Mode—independent H∞ filtering for discrete—time Markov jump linear system with parametric uncertainties and quantized measurements [J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing，2016，30：957-971.

[148] LI D，Kar S，Moura J M，et al. Distributed Kalman filtering over massive data sets：analysis through large deviations of random Riccati equations [J]. IEEE Transactions on Information Theory，2015，61(3)：1351-1372.

[149] JIANG K，GENG P，MENG F，et al. An extended Kalman filter for input estimations in diesel-engine selective catalytic reduction applications [J]. Neurocomputing，2016，171：569-575.

[150] SONG B，WU Z G，Park J H，et al. H∞ filtering for stochastic systems driven by Poisson

processes [J]. International Journal of Control, 2015, 88(1): 2-10.

[151] ZHONG X, Mohammadi A, Premkumar A, et al. A distributed particle filtering approach for multiple acoustic source tracking using an acoustic vector sensor network [J]. Signal Processing, 2015, 108: 589-603.

[152] SONG H, YU L, ZHANG W A. Distributed consensus-based Kalman filtering in sensor networks with quantised communications and random sensor failures [J]. IET Signal Processing, 2014, 8(2): 107-118.

[153] CHEN B, ZHANG W A, YU L. Distributed fusion estimation with missing measurements, random transmission delays and packet dropouts [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 59(7): 1961-1967.

[154] Khan U, Moura J M. Distributing the Kalman filter for large-scale systems [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(10): 4919-4935.

[155] JIANG C Y, ZHANG Y A. Some results on linear equality constrained state filtering [J]. International Journal of Control, 2013, 86(12): 2115-2130.

[156] Carli R, Chiuso A, Schenato L, et al. Distributed Kalman filtering based on consensus strategies [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2008, 26(4): 622-633.

[157] XIAO L, Boyd S. Fast linear iterations for distributed averaging [J]. Systems & Control Letters, 2004, 53(1): 65-78.

[158] DUAN Z, LI X R. Lossless linear transformation of sensor data for distributed estimation fusion [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(1): 362-372.

[159] ZHANG H, ZHANG D, XIE L. An innovation approach to $H\infty$ prediction for continuous-time systems with application to systems with delayed measurements [J]. Automatica,2004, 40(7): 1253-1261.

[160] GAO H, MENG X, CHEN T. A parameter-dependent approach to robust filtering for time-delay systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(10): 2420-2425.

[161] WANG S, FANG H, TIAN X. Recursive estimation for nonlinear stochastic systems with multi-step transmission delays, multiple packet dropouts and correlated noises [J]. Signal Processing, 2015, 115: 164-175.

[162] REN J, ZHU H, ZHONG S, et al. State estimation for neural networks with multiple time delays [J]. Neurocomputing, 2015, 151: 501-510.

[163] Basin M, Shi P, Calderon-Alvarez D. Joint state filtering and parameter estimation for linear stochastic time-delay systems [J]. Signal Processing, 2011, 91(4): 782-792.

[164] LU X, ZHANG H, WANG W, et al. Kalman filtering for multiple time-delay systems [J]. Automatica,2005, 41(8): 1455-1461.

[165] García-Ligero M, Hermoso-Carazo A, Linares-Pérez J. Distributed fusion estimation in networked systems with uncertain observations and Markovian random delays [J]. Signal Processing, 2015, 106: 114-122.

[166] ZHANG H, FENG G, HAN C. Linear estimation for random delay systems [J]. Systems & Control Letters, 2011, 60(7): 450-459.

[167] SUN S，XIAO W. Optimal linear estimators for systems with multiple random measurement delays and packet dropouts [J]. International Journal of Systems Science，2013，44(2)：358-370.
[168] WANG S，FANG H，TIAN X. Minimum variance estimation for linear uncertain systems with one-step correlated noises and incomplete measurements [J]. Digital Signal Processing，2016，49：126-136.
[169] SUN S，WANG G. Modeling and estimation for networked systems with multiple random transmission delays and packet losses [J]. Systems & Control Letters，2014，73：6-16.
[170] Rezaei H，Esfanjani R M，Farsi M. Robust filtering for uncertain networked systems with randomly delayed and lost measurements [J]. IET Signal Processing，2015.
[171] Farnam A，Esfanjani R M. Improved stabilization method for networked control systems with variable transmission delays and packet dropout [J]. ISA transactions，2014，53(6)：1746-1753.
[172] GUO G，DING L，HAN Q L. A distributed event-triggered transmission strategy for sampled-data consensus of multi-agent systems [J]. Automatica，2014，50(5)：1489-1496.
[173] PENG C，FEI M R，TIAN E，et al. On hold or drop out-of-order packets in networked control systems [J]. Information Sciences，2014，268：436-446.
[174] ZHANG X M，HAN Q L. Network-based H∞ filtering using a logic jumping-like trigger [J]. Automatica，2013，49(5)：1428-1435.
[175] PENG C，HAN Q L，YUE D. To transmit or not to transmit：a discrete event-triggered communication scheme for networked Takagi-Sugeno fuzzy systems [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems，2013，21(1)：164-170.
[176] WANG H，SHI P，LI C C，et al. Event—triggered control for networked Markovian jump systems [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control，2015，25(17)：3422-3438.
[177] WANG H，SHI P，Agarwal R K. Network-based event-triggered filtering for Markovian jump systems [J]. International Journal of Control，2016，89(6)：1096-1110.
[178] Osher S，Sethian J A. Fronts propagating with curvature-dependent speed：algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations [J]. Journal of Computational Physics，1988，79(1)：12-49.
[179] 张旭梅，范虹，乔柱. 融合全局和局部信息的水平集乳腺 MR 图像分割 [J]. 计算机应用研究，2015，32(1)：307-311.
[180] LI C，XU C，GUI C，et al. Distance regularized level set evolution and its application to image segmentation [J]. IEEE Transactions on Image Processing，2010，19(12)：3243-3254.
[181] 闵海. 基于区域型水平集方法的图像分割算法研究 [D]. 合肥：中国科学技术大学，2014.
[182] 陈金男. 基于水平集方法的图像分割研究 [D]. 秦皇岛：燕山大学，2007.
[183] 徐国良. 计算几何中的几何偏微分方程方法[M]. 北京：科学出版社，2008.
[184] 杨红喆. 水平集理论及其在医学图像分割中的应用 [D]. 北京：北京理工大学，2014.

[185] 王晓峰. 水平集方法及其在图像分割中的应用研究[D]. 万方数据资源系统，2009.
[186] 刘宗香，李丽娟，谢维信，等. 狄拉克加权和概率假设密度滤波器[J]. 信号处理，2015，31(5)：505-513.
[187] Mumford D，Shah J. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics，1989，42(5)：577-685.
[188] Vese L A，CHAN T F. A multiphase level set framework for image segmentation using the Mumford and Shah model[J]. International Journal of Computer Vision，2002，50(3)：271-293.
[189] 陈静，朱家明，吴杰. 基于图像层的双水平集图像分割[J]. 计算机科学，2015，42(6)：308-312.
[190] CHENG Y. Mean shift，mode seeking，and clustering[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence，1995，17(8)：790-799.
[191] Knutsson H，Westin C F. Normalized and differential convolution[C]. in Computer Vision and Pattern Recognition，1993. Proceedings CVPR'93.，1993 IEEE Computer Society Conference on，1993：515-523.
[192] LIU L，YANG A，ZHOU W，et al. Robust dataset classification approach based on neighbor searching and kernel fuzzy c-means[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica，2015，2(3)：235-247.
[193] 刘莉，杨傲雷，屠晓伟，等. 面向 INS 数据分类的鲁棒性无监督聚类方法[J]. 仪器仪表学报，2016，37(1)：152-160.
[194] 高新波. 模糊聚类分析及其应用[M]. 西安：西安电子科技大学出版，2004.
[195] 曲福恒. 模糊聚类算法及应用[M]. 北京：国防工业出版社，2011.
[196] 赵梦玲. 基于智能优化算法的聚类分析及应用[D]. 西安：西安电子科技大学，2015.
[197] 汪庆淼. 基于目标函数的模糊聚类新算法及其应用研究[D]. 镇江：江苏大学，2014.
[198] 周开乐. 模糊 C 均值聚类及其有效性检验与应用研究[D]. 合肥：合肥工业大学，2014.
[199] Filippone M，Camastra F，Masulli F，et al. A survey of kernel and spectral methods for clustering[J]. Pattern Recognition，2008，41(1)：176-190.
[200] 张建朋，陈福才，李邵梅，等. 基于密度与近邻传播的数据流聚类算法[J]. 自动化学报，2014，40(2)：277-288.
[201] Kantardzic M. Data mining：concepts，models，methods，and algorithms[M]. New York：John Wiley & Sons，2011.
[202] Anderson M J，Ellingsen K E，McArdle B H. Multivariate dispersion as a measure of beta diversity[J]. Ecology Letters，2006，9(6)：683-693.
[203] Anderson M J，Santana Garcon J. Measures of precision for dissimilarity—based multivariate analysis of ecological communities[J]. Ecology Letters，2015，18(1)：66-73.
[204] Cormen T H，Leiserson C E，Rivest R L，et al. Introduction to algorithms[M]. Cambridge：MIT press Cambridge，2001.
[205] 钱江波，董逸生. 一种基于广度优先搜索邻居的聚类算法[J]. 东南大学学报：自然科学

版，2004，34(1)：109-112.

[206] Bezdek J C，Hathaway R J，Sabin M J，et al. Convergence theory for fuzzy c-means：counterexamples and repairs[J]. IEEE Transactions on Systems，Man and Cybernetics，1987，17(5)：873-877.

[207] Shahriari H，Ahmadi O. Robust estimation of the mean vector for high-dimensional data set using robust clustering [J]. Journal of Applied Statistics，2015，42(6)：1183-1205.

[208] Kinoshita N，Endo Y. EM-Based Clustering Algorithm for Uncertain Data [M]. Knowledge and Systems Engineering：Springer，2014：69-81.

[209] GE X，YANG F，HAN Q L. Distributed networked control systems：A brief overview [J]. Information Sciences，2015，2015：1-15.

[210] 邓自立. 最优估计理论及其应用：建模，滤波，信息融合估计[M]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2005.

[211] CHUI C K，CHEN G. Kalman filtering：with real-time applications [M]. Springer：Springer Science & Business Media，2008.

[212] 韩京清，许可康. 线性控制系统理论：构造性方法[M]. 北京：科学出版社，2001.

[213] TIAN T，SUN S，LI N. Multi-sensor information fusion estimators for stochastic uncertain systems with correlated noises [J]. Information Fusion，2016，27：126-137.

[214] SUN S L，DENG Z L. Multi-sensor optimal information fusion Kalman filter [J]. Automatica，2004，40(6)：1017-1023.

[215] DING F. Several multi-innovation identification methods [J]. Digital Signal Processing，2010，20(4)：1027-1039.

[216] LIU Y，HE X，WANG Z，et al. Optimal filtering for networked systems with stochastic sensor gain degradation [J]. Automatica，2014，50(5)：1521-1525.

[217] ZHU X，SOH Y C，XIE L. Design and analysis of discrete-time robust Kalman filters [J]. Automatica，2002，38(6)：1069-1077.

[218] WANG Z，YANG F，HO D W，et al. Robust finite-horizon filtering for stochastic systems with missing measurements [J]. IEEE Signal Processing Letters，2005，12(6)：437-440.

[219] WANG Y L，HAN Q L. Modelling and observer-based H∞ controller design for networked control systems [J]. IET Control Theory & Applications，2014，8(15)：1478-1486.

[220] 皋军，王士同. 具有特征排序功能的鲁棒性模糊聚类方法 [J]. 自动化学报，2009，35(2)：145-153.